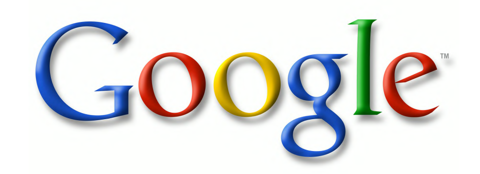
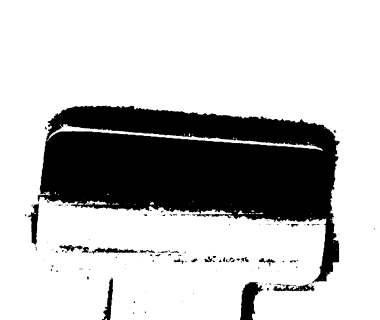



UC-NRLF
$B 279 118


BERKELEY
LIBRARY



POPULÄRE

WISSENSCHAFTLICHE

VORTRÄGE

VON

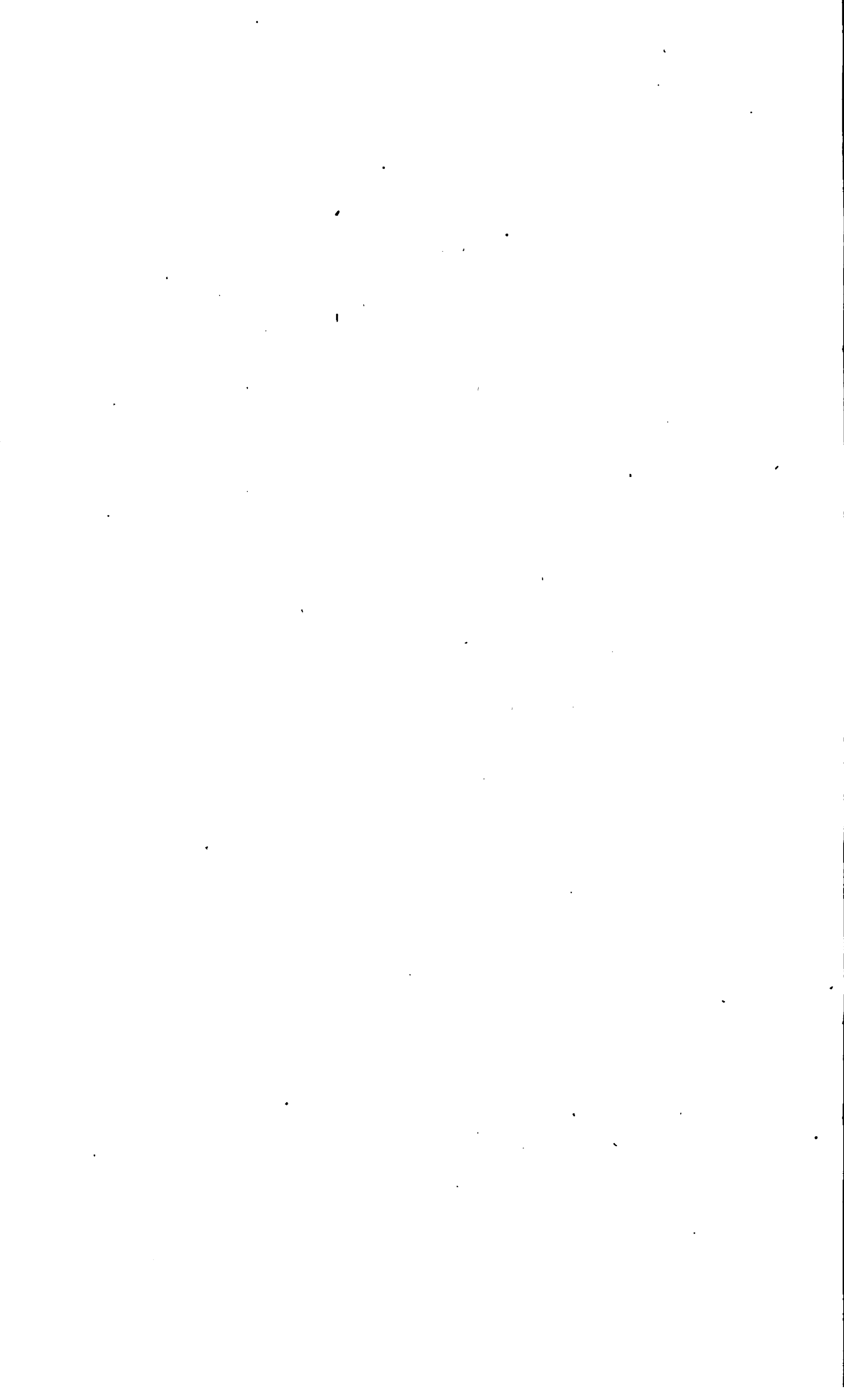
H. HELMHOLTZ.

DRITTES HEFT.



MIT IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1876.



POPULÄRE

WISSENSCHAFTLICHE

VORTRÄGE.

Interesse für philosophische Fragen in Deutschlands gebildeten Kreisen immer noch weit verbreitet ist, ja vielleicht an Verbreitung wieder zugenommen hat, so glaubte ich ein Thema dieser Art in dieser Sammlung nicht vermeiden zu brauchen, namentlich da es in den letzten Jahren vielfältig in Discussion gezogen worden ist. Uebrigens hat hierbei die Form des ursprünglichen, 1869 in Heidelberg gehaltenen Vortrags, dessen wesentlicher Inhalt in der englischen Zeitschrift Academy (Febr. 12. 1870) veröffentlicht wurde, nur die Grundlage für die vorliegende, sehr eingreifende Umarbeitung abgegeben. Die zweite Hälfte ist fast ganz neu, und durch die bei den Discussionen des Themas hervorgetretenen Missverständnisse veranlasst worden. In deutscher Sprache ist bisher nur die ursprüngliche, überwiegend mathematische Ausarbeitung des Themas in den Göttinger gelehrten Anzeigen, 3. Juni 1868, veröffentlicht worden.

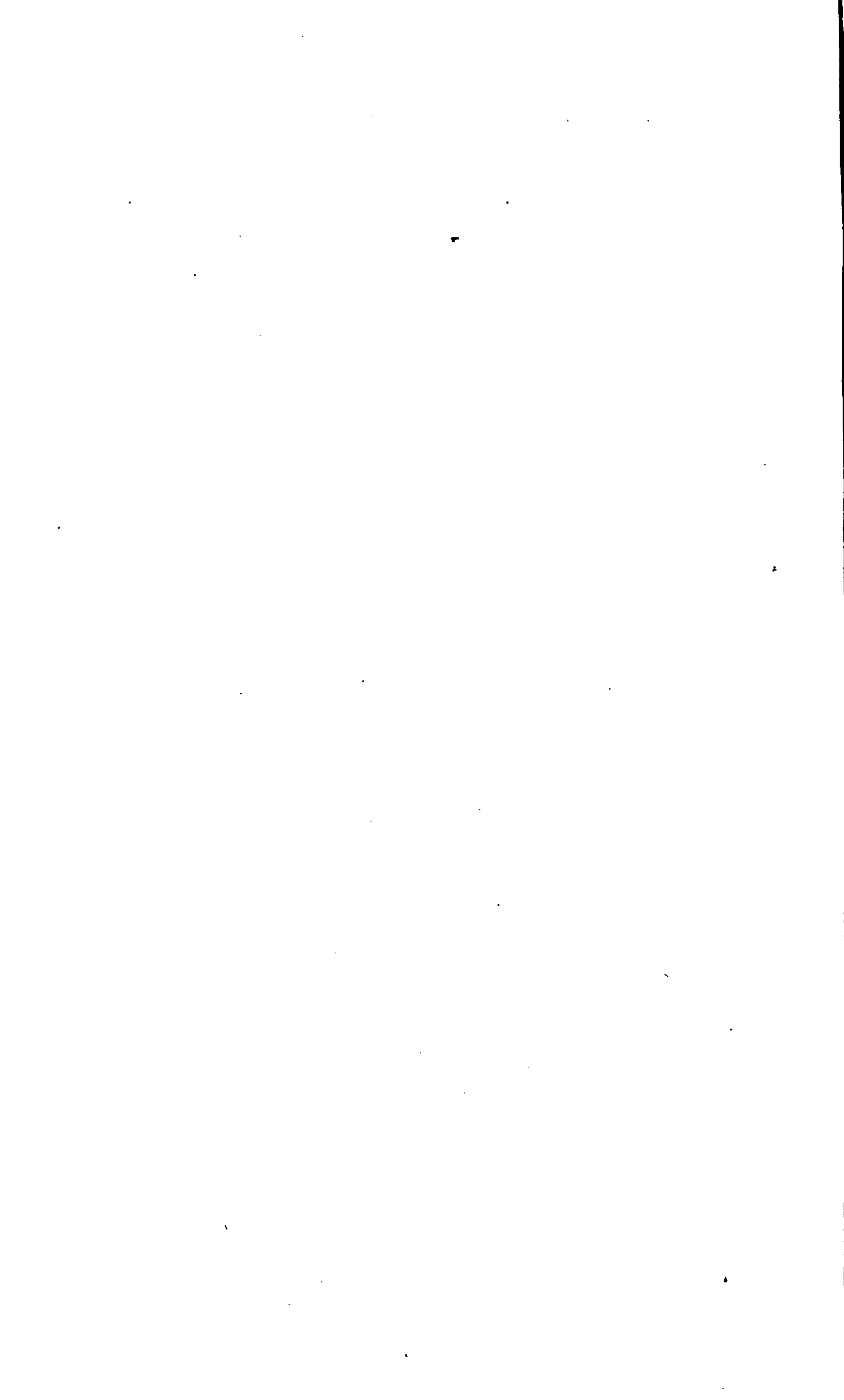
Der dritte Aufsatz „Optisches über Malerei“ enthält die Zusammenfassung verschiedener Vorträge, die in verschiedenen Städten gehalten, das darin behandelte Thema nach verschiedenen Richtungen hin zu entwickeln suchten. Dadurch ist es bedingt, dass derselbe durch seine Länge die Grenzen eines mündlichen Vortrags bei Weitem überschreitet.

Der vierte Aufsatz „über den Ursprung des Planetensystems“ gehörte ursprünglich mit in die Reihe der in den Vorreden der ersten Hefte erwähnten Vorträge über die Erhaltung der Kraft. Das Thema

ist in neuerer Zeit ein Lieblingsgegenstand populärer naturwissenschaftlicher und philosophischer Besprechungen geworden. Dem Inhalte nach war nichts Neues darüber beizubringen, aber eine zusammenhängende Darstellung der thatsächlichen Grundlagen, die zu den verbreiteten Ansichten über diese Frage geführt haben, schien mir immer noch wünschenswerth zu sein. Dass vieles Einzelne darin sich mit Theilen des früher veröffentlichten Aufsatzes über die Wechselwirkung der Naturkräfte decken musste, liess sich leider nicht vermeiden.

Berlin, im April 1876.

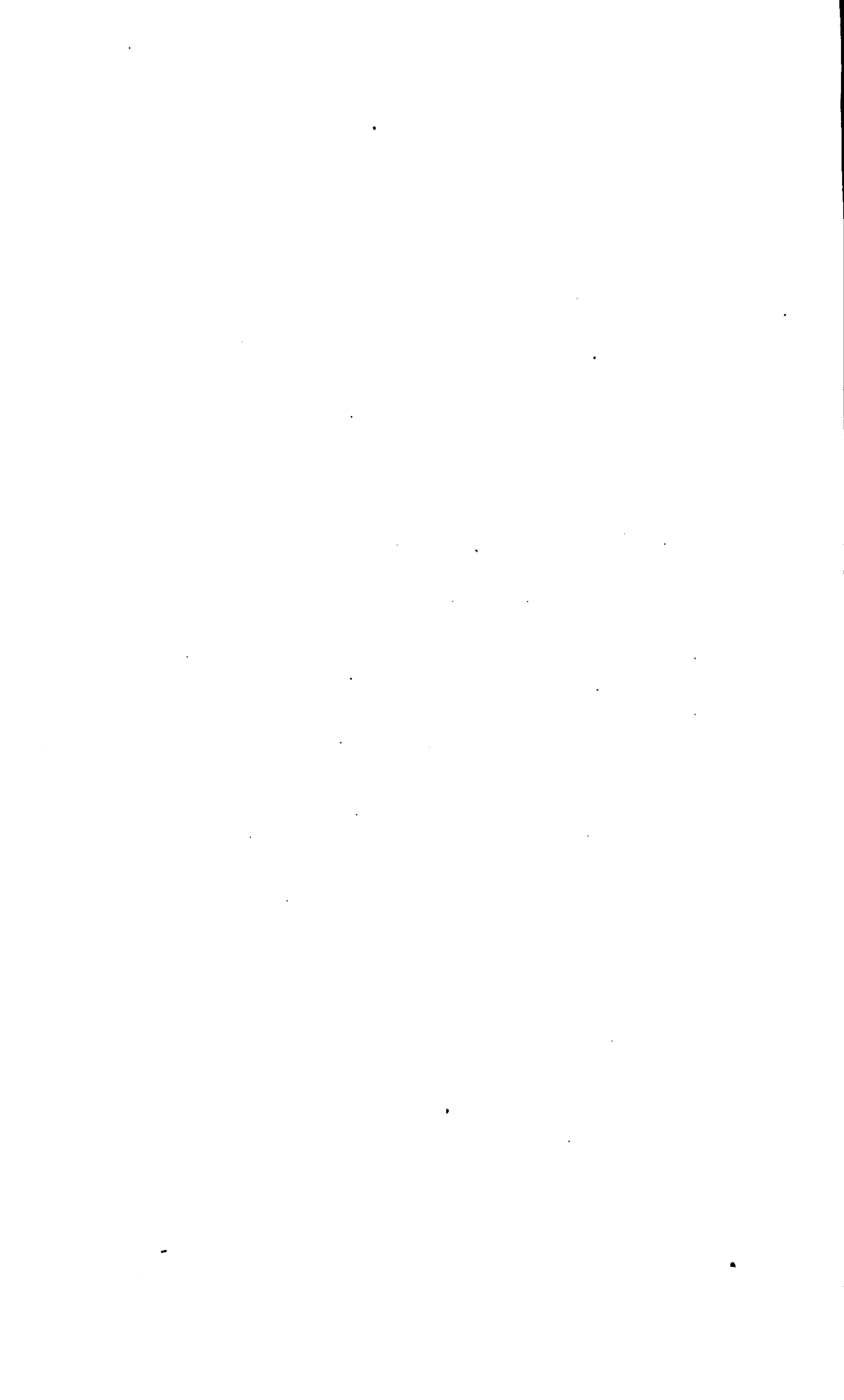
H. Helmholtz.



INHALT.

Seite

1. Zum Gedächtniss an Gustav Magnus 1
2. Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome 21
3. Optisches über Malerei 55
   I. Die Formen 59
   II. Helligkeitsstufen 69
   III. Die Farbe 79
   IV. Die Farbenharmonie 88
4. Ueber die Entstehung des Planetensystems 99



ZUM GEDÄCHTNISS

AN

GUSTAV MAGNUS.

Rede,

gehalten in der Leibnitzsitzung

der

Akademie der Wissenschaften

am

6. Juli 1871.

Es ist mir der ehrenvolle Auftrag geworden, im Namen dieser Akademie auszusprechen, was sie an Gustav Magnus verlor, der ihr dreissig Jahre lang angehörte. Als dankbarem Schüler, als Freund, endlich als dem Amtsnachfolger des Geschiedenen war es mir eine Freude, wie eine Pflicht, einer solchen Aufforderung nachzukommen. Aber ich finde den besten Theil meines Werkes bereits gethan durch unseren Collegen Hofmann im Auftrage der Deutschen chemischen Gesellschaft, deren Vorsitzender er ist. Er hat die Aufgabe von Magnus' Leben und Wirken ein Bild zu geben in eingehendster und liebevollster Weise gelöst. Er ist mir nicht nur der Zeit nach zuvorgekommen, sondern er hat zu dem Geschiedenen auch in viel engeren und häufigeren persönlichen Beziehungen gestanden, als ich; anderntheils ist er für eine Hauptseite von Magnus' Thätigkeit, nämlich die chemische, viel mehr als ich berechtigt, ein sachverständiges Urtheil abzugeben.

Dadurch beschränkt sich erheblich das, was für mich zu thun noch übrig bleibt. Ich werde kaum noch als Biograph von Magnus reden dürfen, sondern nur noch davon, was Magnus uns war, und davon, was er der Wissenschaft war, deren Vertretung die uns zugewiesene Aufgabe ist.

Auch war in der That sein Leben nicht gerade reich an äusseren Ereignissen und Wechselfällen; es war das friedliche Leben eines Mannes, der in sorgenfreien äusseren Verhältnissen, erst als Glied, dann als Leiter einer geachteten, begabten und liebenswürdigen Familie, seine Befriedigung in wissenschaftlicher Arbeit, in der Verwerthung wissenschaftlicher Ergebnisse zur Lehre und zum Nutzen der Menschen suchte und reichlich fand. Am 2. Mai 1802 wurde Heinrich Gustav Magnus zu Berlin geboren, als der vierte von sechs Brüdern, die sich nach mannigfachen Rich-

tungen hin durch ihre Fähigkeiten ausgezeichnet haben. Der Vater, Johann Matthias, war der Chef eines wohlhabenden Handlungshauses, und suchte seinen Kindern vor Allem eine freie Entwickelung ihrer individuellen Anlagen und Neigungen zu gewähren. Unser geschiedener Freund zeigte schon früh grössere Neigung zu mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien, als zu sprachlichen. Der Vater regelte seinen Unterricht dem entsprechend, indem er ihn von dem Werder'schen Gymnasium wegnahm und an das Cauer'sche Privat-Institut sendete, in welchem den realistischen Fächern mehr Rechnung getragen wurde. Später von 1822 bis 1827 widmete sich Magnus an der Berliner Universität ganz dem naturwissenschaftlichen Studium. Ehe er seine ursprüngliche Absicht, sich für Technologie zu habilitiren, ausführte, wendete er noch zwei Jahre dazu an sich auf Reisen fortzubilden, vorzugsweise bei Berzelius längere Zeit in Stockholm verweilend, dann in Paris bei Dulong, Thénard, Gay-Lussac. Auf diese Weise ungewöhnlich gut und reich vorbereitet, habilitirte er sich 1831 an der hiesigen Universität zunächst für Technologie, später auch für Physik, wurde 1834 zum ausserordentlichen, 1845 zum ordentlichen Professor ernannt, und zeichnete sich durch seine wissenschaftlichen Arbeiten in dieser Zeit so aus, dass er schon neun Jahre nach seiner Habilitation, am 27. Januar 1840, zum Mitgliede dieser Akademie erwählt wurde. Von 1832 bis 1840 hat er auch an der Artillerie- und Ingenieurschule Physik gelehrt, von 1850 bis 1856 an dem Gewerbe-Institut chemische Technologie. Lange Zeit hielt er die Vorlesungen in seinem eigenen Hause mit seinen eigenen Instrumenten, die allmälig zu einer der stattlichsten physikalischen Sammlungen anwuchsen, wie sie zur Zeit existirten, und die später vom Staate für die Universität angekauft wurden. Dann verlegte auch Magnus seine Vorlesungen in das Universitätsgebäude, und behielt nur das Laboratorium für seine eigenen und die Arbeiten seiner Schüler im eigenen Hause.

So floss sein Leben in ruhiger aber unablässiger Wirksamkeit für seine Wissenschaft ungestört dahin; Reisen, bald für wissenschaftliche oder technische Studien, mehrere Male auch im Auftrage des Staats unternommen, bald der Erholung gewidmet, unterbrachen von Zeit zu Zeit seine hiesige Arbeit. Daneben wurde seine sachverständige Erfahrung und seine Geschäftskenntniss vom Staate in mancherlei Commissionen in Anspruch genommen; unter diesen ist namentlich seine Theilnahme an den chemischen Berathungen des Landes-Oekonomie-Collegiums zu erwähnen, denen

er grosses Interesse und viel von seiner Zeit widmete, vor Allem in Bezug auf die grossen praktischen Fragen der Agriculturchemie.

Nach 67 Jahren fast ungestörter Gesundheit verfiel er gegen Ende des Jahres 1869 in eine schmerzhafte Krankheit[1]). Bis zum 25. Februar 1870 hat er noch seine Vorlesungen über Physik fortgesetzt, im Laufe des März aber kaum mehr sein Lager verlassen können; am 4. April verschied er.

Magnus ist eine reich angelegte Natur gewesen, welche unter glücklichen äusseren Umständen sich nach ihrer Eigenart entwickeln und sich ihre Thätigkeit frei nach eigenem Sinne wählen durfte. Dieser Sinn aber war so beherrscht von Besonnenheit und erfüllt, ich möchte sagen, von künstlerischer Harmonie, die das Maasslose und Unreine scheute, dass er die Ziele seiner Arbeit weise zu wählen und deshalb auch fast immer zu erreichen wusste. Ebendarum stimmt auch die Richtung und die Art von Magnus' Thätigkeit mit seiner geistigen Eigenart so vollkommen zusammen, wie das bei nur wenigen Glücklichen unter den Sterblichen der Fall zu sein pflegt. Die harmonische Anlage und Ausbildung seines Geistes gab sich auch äusserlich in der natürlichen Anmuth seines Betragens, in der wohlthuenden Heiterkeit und Sicherheit seines Wesens, in der warmen Liebenswürdigkeit seines Verkehrs mit Anderen zu erkennen. Es lag in allem diesem viel mehr, als die blosse Erlernung der äusseren Formen der Höflichkeit jemals erreichen kann, wo sie nicht von warmer Theilnahme und feinem Gefühl für das Schöne durchleuchtet wird.

Von früh her gewöhnt an die geregelte und besonnene Thätigkeit des kaufmännischen Hauses, in dem er aufwuchs, behielt er von diesem die Gewandtheit in Geschäften, die er so oft in den Verwaltungsangelegenheiten dieser Akademie, der philosophischen Facultät und verschiedener staatlicher Commissionen zu bethätigen hatte. Er behielt von daher die saubere Ordnungsliebe, die Richtung auf die Wirklichkeit und das Praktisch-Erreichbare, wenn auch das Hauptziel seiner Thätigkeit ein ideales wurde. Er hatte begriffen, dass nicht der behagliche Genuss einer sorgenfreien Existenz und des Verkehrs in dem liebenswürdigsten Kreise von Angehörigen und Freunden eine dauernde Befriedigung giebt, sondern nur die Arbeit, und zwar nur die uneigennützige Arbeit für ein ideales Ziel. So arbeitete er, nicht für die Vermehrung seiner

[1]) Carcinoma Recti.

Reichthümer, sondern für die Wissenschaft; nicht dilettantisch und launisch, sondern nach einem festen Ziel und unermüdlich; nicht in Eitelkeit, nach auffallenden Entdeckungen haschend, die seinen Namen hätten schnell berühmt machen können, sondern er wurde im Gegentheil ein Meister der treuen, geduldigen und bescheidenen Arbeit, welche ihr Werk immer wieder prüft und nicht eher davon ablässt, als bis sie nichts mehr daran zu bessern weiss. Solche Arbeit ist es aber auch, die durch die classische Vollendung ihrer Methode, durch die Genauigkeit und Zuverlässigkeit ihrer Resultate den besten und dauerndsten Ruhm verdient und erringt. Meisterstücke mustergiltiger Vollendung sind unter den Arbeiten von Magnus namentlich die über die Ausdehnung der Gase durch die Wärme, und über die Spannkraft der Dämpfe. Ohne von Magnus zu wissen arbeitete damals gleichzeitig mit ihm ein anderer Meister in solcher Arbeit, und zwar der erfahrensten und berühmtesten einer, nämlich Regnault in Paris, an den gleichen Aufgaben. Die Resultate beider Forscher wurden fast gleichzeitig veröffentlicht und zeigten durch ihre ausserordentlich nahe Uebereinstimmung, mit welcher Treue und mit welchem Geschick beide gearbeitet hatten. Wo aber noch Differenzen sich zeigten, wurden diese schliesslich zu Magnus' Gunsten entschieden.

In ganz besonders charakteristischer Weise aber zeigte sich die Reinheit und Uneigennützigkeit, mit der Magnus den idealen Zweck seines Strebens festhielt, in der Art und Weise, wie er jüngere Männer zu wissenschaftlichen Arbeiten heranzog, und sobald er bei ihnen Eifer und Fähigkeit für wissenschaftliche Arbeiten zu entdecken glaubte, ihnen seine Instrumente und die Hilfsmittel seines Privatlaboratoriums zur Verfügung stellte. Dies war die Art, wie ich selbst einst in nähere Beziehung zu ihm getreten bin, als ich mich zur Absolvirung der medicinischen Staatsprüfungen in Berlin befand. Er forderte mich damals auf — ich selbst würde nicht gewagt haben ihn darum zu bitten — meine Versuche über Gährung und Fäulniss noch nach neuen Richtungen hin auszudehnen und andere Methoden, die grössere Hilfsmittel erforderten, als ein junger von seinem Sold lebender Militärarzt sich verschaffen konnte, dazu anzuwenden. Ich habe damals etwa drei Monate bei ihm fast täglich gearbeitet, und habe dadurch einen tiefen und bleibenden Eindruck von seiner Güte, seiner Uneigennützigkeit, seiner vollkommenen Freiheit von wissenschaftlicher Eifersucht gewonnen. Nicht allein, dass er durch ein sol-

ches Verfahren den äusserlichen Vortheil aufgab, den einem ehrgeizigen Manne der Besitz einer der reichsten Instrumentensammlungen vor allen Mitbewerbern gesichert haben würde; er nahm auch mit freundlichem Gleichmuth alle die kleinen Aergerlichkeiten und Belästigungen hin, welche die Ungeschicklichkeit und Hastigkeit jugendlicher Experimentatoren beim Gebrauche kostbarer und in peinlichster Sauberkeit gehaltener Instrumente mit sich bringt. Noch weniger war die Rede davon, dass er nach der Sitte der Gelehrten anderer Nationen die Arbeitskräfte der Jüngeren für seine eigenen Zwecke und zur Verherrlichung seines eigenen Namens ausgebeutet hätte. Chemische Laboratorien nach Liebig's Vorgang fingen damals an eingerichtet zu werden; von physikalischen, die übrigens sehr viel schwerer zu organisiren sind, bestand meines Wissens damals kein einziges. Ihre Gründung ist von Magnus in der That ausgegangen.

In diesem Verhältnisse besonders zeigt sich ein wesentlicher Theil von der inneren Richtung des Mannes, den wir bei der Beurtheilung seines Werthes nicht vernachlässigen dürfen; er war nicht nur ein Forscher, er war auch ein Lehrer der Wissenschaft, diesen Begriff im höchsten und weitesten Sinne genommen. Er wollte sie nicht in der Studirstube und im Hörsaale abgeschlossen wissen, er wollte, dass sie direct hinauswirke in alle Verhältnisse des Lebens; in seinem regen Interesse für die Technologie, in seiner eifrigen Theilnahme an den Arbeiten des Landes-Oekonomie-Collegiums spiegelt sich diese Seite seines Strebens deutlich ab, ebenso in der grossen Sorgfalt, die er auf die Vorbereitung der Vorlesungsversuche verwendete, wie in der sinnreichen Ausbildung des instrumentalen Apparats für diese Art von Versuchen. Hierfür ist die von ihm gegründete, später in den Besitz der Universität übergegangene und jetzt mir als seinem Nachfolger zur Benutzung überwiesene Sammlung seiner Instrumente der beredteste Zeuge. Alles ist in saubersten Haltung und in vortrefflichster Leistungsfähigkeit; wo zu dem auszuführenden Versuche ein seidener Faden, eine Glasröhre oder ein Kork nöthig sind, kann man darauf rechnen, sie neben dem Instrumente zu finden. Alle von ihm herrührenden Apparate sind gebaut mit den besten Mitteln, die dazu herbeigeschafft werden konnten, ohne am Material oder an der Arbeit des Mechanikers zu sparen, so dass der Erfolg des Versuchs möglichst gesichert wird, und derselbe in nicht zu kleinem Maassstabe und möglichst weithin sichtbar in die Augen fällt.

Ich weiss mich aber auch sehr wohl noch des Erstaunens und

der Bewunderung zu erinnern, mit der wir, als Studenten, ihn experimentiren sahen. Nicht bloss, dass alle Experimente glänzend und vollständig gelangen, sondern sie störten und beschäftigten ihn scheinbar gar nicht in seinen Gedanken. Der ruhige und klare Fluss seiner Rede ging ohne Unterbrechung vorwärts; jeder Versuch trat an seiner Stelle ein, vollendete sich rasch, ohne Hast und ohne Stocken und wurde wieder verlassen.

Dass die kostbare Sammlung der Demonstrationsapparate noch während seines Lebens in den Besitz der Universität überging, habe ich schon erwähnt. Er wollte aber überhaupt nicht, dass, was er als Hilfsmittel wissenschaftlicher Arbeit gesammelt und construirt hatte, zerstreut und dem Zwecke entfremdet würde, dem er sein Leben gewidmet hatte. In diesem Sinne hat er denn auch den Rest der Apparate aus seinem Laboratorium, die eigentlichen Arbeitsinstrumente, sowie seine sehr reiche und werthvolle Bibliothek testamentarisch der Universität vermacht, und so einen kostbaren Grund zur weiteren Entwickelung eines öffentlichen physikalischen Instituts gelegt.

Es wird genügen, in diesen wenigen Zügen die geistige Individualität des geschiedenen Freundes zurückgerufen zu haben, so weit in ihnen die Quellen für die Richtung seiner Thätigkeit zu finden sind. Ein lebhafteres Bild wird Ihnen allen, die Sie dreissig Jahre mit ihm zusammenwirkten, die persönliche Erinnerung gewähren.

Wenn wir uns nun zur Besprechung der Ergebnisse und Erfolge seiner Arbeiten wenden, so genügt es dazu nicht, dass wir die Reihe seiner akademischen und wissenschaftlichen Schriften durchgehen und zu beurtheilen suchen. Ich habe schon hervorgehoben, dass ein hervorragender Theil seiner Wirksamkeit auf die Mitlebenden gerichtet war; und dazu kommt, dass sein Leben in eine Zeitperiode fällt, in welcher die Naturwissenschaften einen Entwickelungsprocess von einer solchen Schnelligkeit durchgemacht haben, wie ein ähnlicher in der Geschichte der Wissenschaften wohl in keinem anderen Falle vorgekommen ist. Die Männer aber, welche einer solchen Zeit angehören und an einer solchen Entwickelung mit gearbeitet haben, erscheinen ihren Nachfolgern, denen sie den Platz bereitet, leicht in falscher Perspective, weil der beste Theil ihrer Arbeit diesen schon als etwas fast Selbstverständliches erscheint, von dem zu sprechen kaum noch der Mühe lohnt.

Es wird uns jetzt schwer, uns zurückzuversetzen in den Zu-

stand der naturwissenschaftlichen Bildung, wie er in den ersten zwanzig Jahren dieses Jahrhunderts in Deutschland wenigstens bestand. Magnus wurde 1802 geboren, ich selbst 19 Jahre später; aber wenn ich auf meine frühesten Jugenderinnerungen zurückgreife, als ich aus den im Besitze meines Vaters, der selbst einst im Cauer'schen Institute unterrichtet hatte, befindlichen Lehrbüchern anfing Physik zu studiren, so taucht mir noch ein dunkles Bild eines Vorstellungskreises auf, der uns jetzt ganz mittelalterlich alchymistisch anmuthen würde. Von Lavoisier's und von H. Davy's umwälzenden Entdeckungen war noch nicht viel in die Schulbücher gedrungen. Obgleich man den Sauerstoff schon kannte, spielte daneben doch auch das Phlogiston, der Feuerstoff, seine Rolle. Das Chlor war noch die oxygenirte Salzsäure, das Kali und die Kalkerde waren noch Elemente. Die wirbellosen Thiere theilten sich noch in Insecten und Würmer, und in der Botanik zählte man Staubfäden.

Es ist seltsam zu sehen, wie spät und zögernd sich die Deutschen in unserem Jahrhundert dem Studium der Naturwissenschaften zugewendet haben, während sie doch an deren früherer Entwickelung hervorragenden Antheil genommen hatten. Ich brauche nur Copernicus, Kepler, Leibnitz, Stahl zu nennen.

Wir dürfen uns doch sonst einer leidenschaftlichen, rücksichtslosen und uneigennützigen Liebe zur Wahrheit rühmen, die vor keiner Autorität und vor keinem Scheine Halt macht, kein Opfer und keine Arbeit scheut, und sehr genügsam in ihren Ansprüchen auf äusseren Erfolg ist. Aber eben deshalb treibt sie uns immer an, vor Allem die principiellen Fragen bis in ihre tiefsten Gründe zu verfolgen und uns wenig zu kümmern um das, was mit den letzten Gründen der Dinge keinen deutlichen Zusammenhang hat, namentlich auch wenig um die praktischen Consequenzen und die nützlichen Anwendungen. Dazu kam aber wohl noch ein äusserer Grund, nämlich der, dass die selbständige geistige Entwickelung der letzten drei Jahrhunderte unter politischen Zuständen begann, die das Hauptgewicht auf die theologischen Studien fallen liessen. Deutschland hat Europa von der Zwingherrschaft der alten Kirche befreit; aber es hat auch einen viel theureren Preis für diese Befreiung zahlen müssen, als die anderen Nationen. Es blieb nach den Religionskriegen zurück, verwüstet, verarmt, politisch zerbrochen, an seinen Grenzen beschädigt, wehrlos übermüthig gewordenen Nachbarn preisgegeben. Um die Consequenzen der

neuen sittlichen Anschauungen zu ziehen, sie wissenschaftlich zu prüfen, in alle Gebiete des Geisteslebens hinein durchzuarbeiten, dazu war während der Stürme des Krieges keine Zeit gewesen; da musste jeder zu seiner Partei halten, jeder Anfang von Meinungsverschiedenheit erschien als Verrath und erregte bittern Zorn. Das geistige Leben hatte durch die Reformation seinen alten Halt und seinen alten Zusammenhang verloren, alles musste in neuem Lichte erscheinen und neue Fragen aufregen. Mit äusserlicher Uniformität konnte sich der deutsche Geist nicht beruhigen; wo er nicht überzeugt und befriedigt war, liess er seine Zweifel nicht schweigen. So war es die Theologie, neben ihr die classische Philologie und die Philosophie, welche theils als Hilfswissenschaften der Theologie, theils durch das, was sie selbst für die Lösung der neu auftauchenden sittlichen, ästhetischen und metaphysischen Probleme leisten konnten, das Interesse der wissenschaftlich Gebildeten fast ausschliesslich in Anspruch nahmen. Deshalb erklärt es sich wohl, dass die protestantischen Nationen, sowie der Theil der Katholiken, welcher, in seinem alten Glauben wankend gemacht, nur äusserlich bei seiner Kirche blieb, sich mit verzehrendem Eifer auf die Philosophie stürzten. Man hatte ja hauptsächlich ethische und metaphysische Probleme zu lösen; auch die Kritik der Erkenntnissquellen musste vorgenommen werden, und sie wurde es mit viel tieferem Ernst als früher. Ich brauche an die wirklichen Resultate, die das vorige Jahrhundert aus dieser Arbeit gewann, hier nicht zu erinnern. Sie erregten schwungvolle Hoffnungen, und die Metaphysik hat, wie sich nicht leugnen lässt, eine gefährliche Anziehung für den deutschen Geist; er konnte nicht eher von ihr wieder ablassen, als bis er alle ihre Schlupfwinkel durchsucht und sich überzeugt hatte, dass dort für jetzt nichts mehr zu finden sei.

Daneben fing in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts das verjüngte geistige Leben der Nation an seine künstlerischen Blüthen zu treiben, die unbeholfene Sprache bildete sich zu einem der ausdruckvollsten Werkzeuge des menschlichen Geistes um; aus den meist noch harten, ärmlichen und unerquicklichen bürgerlichen und politischen Zuständen, den Folgen der Religionskriege, in welche die Gestalt des preussischen Heldenkönigs nur eben die erste Hoffnung einer besseren Zukunft geworfen, denen dann freilich wieder das Elend der Napoleonischen Kriege gefolgt war, aus dieser freudlosen Existenz flüchteten sich alle empfindsamen Gemüther gern in das Blüthenland, welches die deutsche

Poesie mit den Besten aller Zeiten und Völker wetteifernd, aufschloss, oder in die erhabenen Aussichten der Philosophie; man suchte die Wirklichkeit durch Vergessen zu überwinden.

Und die Naturwissenschaften lagen auf der Seite dieser gern übersehenen Wirklichkeit. Nur die Astronomie konnte schon damals grosse und erhabene Ausblicke bieten; in allen anderen Zweigen war noch lange und geduldige Arbeit nöthig, ehe sie zu grossen Principien aufsteigen, ehe sie mitsprechen konnten in den grossen Problemen des menschlichen Lebens, oder ehe sie das gewaltige Mittel der Herrschaft des Menschen über die Naturmächte wurden, welches sie seitdem geworden sind. Die Arbeit des Naturforschers erschien eng, niedrig, gleichgiltig neben den grossen Conceptionen der Philosophen und Dichter; höchstens solche Naturforscher, welche, wie Oken, sich in philosophisch-dichterischer Anschauungsform bewegten, fanden williges Gehör.

Fern sei es von mir in einseitiger Betonung der naturwissenschaftlichen Interessen diese Zeit begeisterten Rausches schelten zu wollen; in der That verdanken wir ihr die sittliche Kraft, welche das Napoleonische Joch brach, wir verdanken ihr die grossen Dichtungen, welche der edelste Schatz unserer Nation sind; aber die Wirklichkeit behält ihr Recht gegen jeden Schein, auch gegen den schönsten, und Individuen wie Nationen, welche zur Mannesreife sich entwickeln wollen, müssen lernen der Wirklichkeit in das Gesicht zu schauen, um die Wirklichkeit unter die Zwecke des Geistes zu beugen. Sich in eine ideale Welt flüchten, ist eine falsche Hilfe von kurzdauerndem Erfolge, sie erleichtert nur den Gegnern ihr Spiel; und wenn das Wissen immer nur sich selbst spiegelt, so wird es gegenstandslos und leer, oder löst sich in Illusionen und Phrasen auf.

Die Reaction gegen die Verirrungen einer Geistesrichtung, die anfangs dem natürlichen Schwung eines jugendfrischen Anlaufs entsprach, dann aber im Epigonenzeitalter der romantischen Schule und der Identitätsphilosophie in sentimentales Haschen nach Erhabenheit und Begeisterung verfiel, ist, wie wir Alle wissen, eingetreten und durchgeführt worden, nicht bloss im Gebiete der Naturwissenschaften, sondern auch im Kreise der Geschichte, der Kunstwissenschaft, der Sprachforschung. Auch in den letztgenannten Gebieten, wo man mit Thätigkeitsäusserungen des menschlichen Geistes direct zu thun hat, und wo deshalb eine Construction a priori aus den psychologischen Gesetzen viel eher möglich erscheint als der Natur gegenüber, hat man begriffen, dass man

erst die Thatsachen kennen muss, ehe man ihre Gesetze aufstellen kann.

Gustav Magnus' Entwickelung fällt in die Zeit dieses Kampfes hinein; es lag in der ganzen Richtung seines Geistes, dass er, so sehr er sonst nach seiner milden Art Gegensätze zu versöhnen suchte, entschieden Partei ergriff, und zwar zu Gunsten der reinen Erfahrung gegen die Speculation. Wenn er auch vermied Personen zu verletzen, so muss man anerkennen, dass er von dem Princip, was er mit sicherem Tact als das Richtige erkannt hatte, nicht ein Jota nachliess; und er kämpfte an entscheidendster Stelle in doppeltem Sinne; einmal weil es sich in der Physik um die Grundlagen der ganzen Naturwissenschaft handelt, und dann, weil die zahlreich besuchte Universität Berlin die am längsten gehaltene Festung der Speculation war. Er predigte seinen Schülern fortdauernd, dass der Wirklichkeit gegenüber kein Raisonnement, und sähe es noch so plausibel aus, dass vielmehr nur die Beobachtung und der Versuch entscheidet; und er verlangte stets, dass jeder ausführbare Versuch, der eine thatsächliche Bestätigung oder Widerlegung eines hingestellten Gesetzes oder einer Erklärung geben könne, gemacht werde. Er selbst ging hierin mit dem besten Beispiele voran. Er beschränkte auch die Anwendbarkeit der ächten naturwissenschaftlichen Methode keineswegs auf die Erforschung der leblosen Natur, sondern er führte in seiner Arbeit über die Gase des Blutes (1837) einen Stoss bis in das Herz der vitalistischen Theorien; er führte die Physik bis in den Mittelpunkt des organischen Stoffwechsels ein, indem er den wissenschaftlichen Grund für die richtige Theorie der Athmung legte, einen Grund, auf dem eine grosse Anzahl späterer Forscher weiter gearbeitet haben, und auf dem sich eines der wichtigsten und folgenreichsten Capitel der Physiologie entwickelt hat.

Nicht zu wenig Entschiedenheit in der Durchführung seines Princips konnte man ihm vorwerfen; wohl aber muss ich gestehen, dass ich selbst und manche meiner Genossen früher der Meinung waren, dass Magnus sein Misstrauen gegen die Speculation namentlich in Bezug auf die mathematische Physik zu weit triebe. Er hatte sich in mathematisch-physikalische Studien wohl niemals sehr vertieft, und das bestärkte uns damals in unserem Zweifel. Dennoch, wenn wir uns von dem Standpunkte, den jetzt die Wissenschaft erreicht hat, umsehen, muss man anerkennen, dass auch sein Misstrauen gegen die damalige mathematische Physik nicht unbegründet war. Auch in ihr war noch nicht rein geschieden, was

erfahrungsmässige Thatsache, was blosse Wortdefinition und was nur Hypothese war. Das unklare Gemisch aus diesen Elementen, welches die Grundlagen der Rechnung bildete, suchte man für Axiome von metaphysischer Nothwendigkeit auszugeben und nahm eine ähnliche Art der Nothwendigkeit auch für die Folgerungen in Anspruch. Ich brauche nur daran zu erinnern, eine wie grosse Rolle in den mathematisch durchgeführten Theorien aus der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts die Hypothesen über den atomistischen Bau der Körper spielten, während man von den Atomen noch so gut wie nichts wusste, und zum Beispiel den ausserordentlich wichtigen Einfluss, den die Wärmebewegung auf die Molecularkräfte hat, noch kaum ahnte. Jetzt wissen wir zum Beispiel, dass das Ausdehnungsstreben der Gase nur auf der Wärmebewegung beruht; in jener Periode galt die Wärme noch bei weitem den meisten Physikern als ein imponderabler Stoff. Ueber die Atome in der theoretischen Physik sagt Sir W. Thomson sehr bezeichnend, dass ihre Annahme keine Eigenschaft der Körper erklären kann, die man nicht vorher den Atomen selbst beigelegt hat. Ich will mich, indem ich diesem Ausspruch beipflichte, hiermit keineswegs gegen die Existenz der Atome erklären, sondern nur gegen das Streben aus rein hypothetischen Annahmen über Atombau der Naturkörper die Grundlagen der theoretischen Physik herzuleiten. Wir wissen jetzt, dass manche von diesen Hypothesen, die ihrer Zeit viel Beifall fanden, weit bei der Wahrheit vorbeischossen. Auch die mathematische Physik hat einen andern Charakter angenommen unter den Händen von Gauss, von F. E. Neumann und ihren Schülern unter den Deutschen, sowie von denjenigen Mathematikern, die sich in England an Faraday anschlossen, Stokes, W. Thomson, Cl. Maxwell. Man hat begriffen, dass auch die mathematische Physik eine reine Erfahrungswissenschaft ist; dass sie keine anderen Principien zu befolgen hat, als die experimentelle Physik. Unmittelbar in der Erfahrung finden wir nur ausgedehnte mannigfach gestaltete und zusammengesetzte Körper vor uns; nur an solchen können wir unsere Beobachtungen und Versuche machen. Deren Wirkungen sind zusammengesetzt aus den Wirkungen, welche alle ihre Theile zu der Summe des Ganzen beitragen, und wenn wir also die einfachsten und allgemeinsten Wirkungsgesetze der in der Natur vorgefundenen Massen und Stoffe auf einander kennen lernen wollen, diese Gesetze namentlich befreien wollen von den Zufälligkeiten der Form, der Grösse und Lage der zusammenwirkenden Körper, so müssen wir

zurückgehen auf die Wirkungsgesetze der kleinsten Volumtheile, oder wie die Mathematiker es bezeichnen, der Volumelemente. Diese aber sind nicht, wie die Atome disparat und verschiedenartig, sondern continuirlich und gleichartig.

Die charakteristischen Eigenschaften der Volumelemente verschiedener Körper sind auf dem Wege der Erfahrung zu finden, entweder direct, wo die Kenntniss der Summe genügt um die Summanden zu finden, oder hypothetisch, wo dann die berechnete Summe der Wirkungen in möglichst verschiedenartigen Fällen durch Beobachtung und Versuch mit der Wirklichkeit verglichen werden muss. Somit ist anerkannt, dass die mathematische Physik nur die einfachen, von den Zufälligkeiten der Körperform befreiten Wirkungsgesetze der Körperelemente auf rein empirischem Wege zu suchen hat und der Controle der Erfahrung genau ebenso unterworfen ist, wie die sogenannte experimentelle Physik; ja dass beide principiell gar nicht geschieden sind und die erstere nur das Geschäft der letzteren fortsetzt, um immer einfachere und allgemeinere Gesetze der Erscheinungen zu entdecken.

Es ist unverkennbar, dass auch diese analysirende Richtung der physikalischen Forschung einen anderen Charakter angenommen hat, dass sie gerade das abgelegt hat, was Magnus zu ihr in einen, wenn auch meist nur leise angedeuteten inneren Widerspruch brachte. Er pflegte, wenigstens in früheren Jahren, darauf zu bestehen, dass das Geschäft des mathematischen und des experimentellen Physikers ganz von einander zu trennen sei; dass ein junger Mann, der Physik betreiben wolle, sich zwischen der einen und der andern Richtung zu entscheiden habe. Gegenwärtig scheint es mir, als wenn immer mehr und mit Recht die Ueberzeugung Boden gewönne, dass in dem entwickelteren Zustande der Wissenschaft nur derjenige fruchtbar experimentiren könne, der eine eindringende Kenntniss der Theorie hat und ihr gemäss die rechten Fragen zu stellen und zu verfolgen weiss; und andererseits dass nur derjenige fruchtbar theoretisiren könne, der eine breite praktische Erfahrung im Experiment habe. Die Entdeckung der Spectralanalyse war eines der glänzendsten Beispiele einer solchen Durchdringung des theoretischen Verständnisses und der Experimentirkunst, was unserer Erinnerung noch ganz nahe liegt.

Ich weiss nicht, ob Magnus in späterer Zeit sich über das Verhältniss der experimentellen und mathematischen Physik anders als früher geäussert hat. Jedenfalls müssen auch die, welche seine

frühere Abwendung von der mathematischen Physik als eine etwas zu weit getriebene Reaction gegen den Missbrauch der Speculation auffassen möchten, anerkennen, dass ihm die ältere mathematische Physik wohl manchen Grund zu einer solchen Abwendung gab, und dass er andererseits mit der grössten Freudigkeit aufnahm, was Kirchhoff, W. Thomson und Andere aus theoretischen Ausgangspunkten von neuen Thatsachen entwickelt hatten. Es sei mir erlaubt, in dieser Beziehung hier mein eigenes persönliches Zeugniss abzulegen. Meine eigenen Arbeiten sind meist auf die Weise erwachsen, gegen welche Magnus Verwahrung einzulegen pflegte; dennoch habe ich bei ihm nie etwas anderes als die bereitwilligste und freundlichste Anerkennung gefunden.

Aber natürlich ist es, dass jeder, auf seine eigene Erfahrung gestützt, den Weg, der seiner eigenen Natur am besten entsprach, auf dem er selbst am schnellsten vorwärts gekommen ist, auch Anderen als den förderlichsten empfiehlt. Und wenn wir nur alle darüber einig sind, dass die Wissenschaft zur Aufgabe hat die Gesetze der Thatsachen zu finden, so kann man es jedem überlassen, je nach seiner Neigung sich entweder frisch in die Thatsachen zu stürzen und zu suchen, wo ihm die Spuren noch unbekannter Gesetze aufstossen mögen, oder aber von den schon bekannten Gesetzen her die Punkte aufzusuchen, wo neue Thatsachen zu entdecken sein werden. Aber ebenso gut, wie wir alle mit Magnus Widerspruch einlegen werden gegen den Theoretiker, der nicht für nöthig hält, die Folgerungen aus seinen ihm als Axiome erscheinenden Hypothesen an der Erfahrung zu prüfen, so würde sich Magnus — das zeigen seine Arbeiten entschieden — mit uns gegen diejenige Art des modernsten übertriebenen Empirismus erklären, welche darauf ausgeht, Thatsachen zu entdecken, die sich unter keine Regel sollen fügen lassen und die es auch sorgfältig zu vermeiden pflegt, nach einem Gesetze oder möglichen Zusammenhange der etwa neu entdeckten Thatsachen zu suchen.

Zu erwähnen ist hier, dass genau in demselben Sinne und mit dem gleichen Zwecke in England ein anderer grosser Physiker, Faraday, wirkte, mit dem Magnus daher auch in dem herzlichsten Einvernehmen verbunden war. Bei Faraday sprach sich der Gegensatz gegen die bisherigen physikalischen Theorien, welche mit Atomen und in die Ferne wirkenden Kräften operiren, sogar noch schärfer aus als bei Magnus.

Wir müssen übrigens anerkennen, dass Magnus meist mit Erfolg auch da gearbeitet hat, wo er zu Aufgaben hingeführt wurde, die anscheinend überwiegend für eine mathematische Behandlung geeignet waren; so zum Beispiel in seiner Arbeit über die Abweichung der rotirenden Geschosse aus gezogenen Läufen; so in seiner Abhandlung über die Form der Wasserstrahlen und ihren Zerfall in Tropfen. In der ersteren hat er durch sehr geschickt angelegte Versuche nachgewiesen, wie der von der unteren Seite gegen die Kugel wirkende Luftwiderstand sie als rotirenden Körper nach einer Seite hin ablenken muss, — nach welcher, hängt von der Richtung der Rotation ab, — und wie in Folge dessen auch die Flugbahn in demselben Sinne abgelenkt wird. In der zweiten Abhandlung hat er die verschiedenen Formen der ausfliessenden Wasserstrahlen untersucht, wie sie theils durch die Form der Oeffnung, aus der sie fliessen, theils durch die Art des Zuflusses zu dieser verändert werden, und wie von aussen hinzukommende Erschütterungen ihr Zerfallen in Tropfen bedingen. Dabei hat er zur ruhigen Beobachtung der Erscheinungen eine sehr glückliche Anwendung vom Princip der stroboskopischen Scheiben gemacht, indem er den Strahl durch eine rotirende Scheibe mit schmalen Ausschnitten beobachtete. Mit eigenthümlicher Kunst gruppirt er die äusserst mannigfaltigen Erscheinungen, so dass das Aehnliche in ihnen übersichtlich heraustritt und eine die andere erläutert. Und wenn auch das letzte mechanische Verständniss nicht immer gewonnen wird, so wird doch der Grund für eine grosse Anzahl charakteristischer Züge der einzelnen Erscheinungen deutlich. In dieser Beziehung sind viele seiner Arbeiten — ich möchte hier namentlich gerade die über die ausfliessenden Wasserstrahlen rühmen — vortreffliche Muster für das, was Göthe theoretisch richtig forderte und in seinen physikalischen Arbeiten zu leisten trachtete, aber freilich nur mit theilweisem Erfolge.

Aber auch wo Magnus sich von seinem Standpuukte aus und mit den Kenntnissen seiner Zeit ausgerüstet vergebens abmüht den Kern der Lösung einer schwierigen Frage zu fassen, wird immer eine Fülle neuer werthvoller Thatsachen an das Licht gefördert. So in der Arbeit über die thermoelektrischen Ketten, wo er richtig sah, dass eine principielle Frage zu lösen war, und selbst am Schlusse erklärt: „Als ich die eben beschriebenen Versuche begann, hoffte ich zuversichtlich zu finden, dass die thermoelektrischen Ströme von einer Bewegung der Wärme

herrührten.“ In diesem Sinne prüfte er namentlich die Fälle, wo die thermoelektrische Kette aus einem einzigen Metalle bestand, welches aber abwechselnd harte und durch Wärme weich gemachte Abtheilungen darbot, oder dessen zur Berührung gebrachte Stücke sehr verschiedene Temperatur hatten. Er überzeugt sich, dass weder das Wärme-Ausstrahlungsvermögen noch die Leitungsfähigkeit für Wärme (diesen Begriff im gewöhnlichen Sinne genommen) den thermoelektrischen Strom bedingen, und muss sich schliesslich mit der ihn selbst offenbar nicht befriedigenden Erklärung beruhigen, dass sich zwei ungleich warme Stücke desselben Metalls wie zwei ungleichartige Leiter, die nach Art der Flüssigkeiten dem galvanischen Spannungsgesetze nicht folgen, zu einander verhalten. Erst die beiden allgemeinen Gesetze der mechanischen Wärmetheorie führten später zur Lösung. Magnus' Hoffnung war nicht falsch gewesen; W. Thomson erkannte, dass Aenderungen in der Leitungsgeschwindigkeit der Wärme, aber solche, die durch die elektrischen Ströme selbst erst hervorgebracht werden, die Quelle dieser Ströme sind.

Es liegt in der Natur der wissenschaftlichen Richtung, der Magnus in seinen Arbeiten folgte, dass sie viele Steine zu dem grossen Gebäude der Wissenschaft hinzuführt, die ihm immer breitere Stützung und immer höheren Wuchs geben, ohne dass nothwendig dem neu hinzutretenden Beschauer sogleich ein abgesonderter und sich auszeichnender Theil des Gebäudes als das alleinige Werk dieses oder jenes Forschers nachgewiesen werden könnte; und will man im Einzelnen erklären, wie wichtig jeder einzelne Stein an seiner Stelle ist, wie schwer er zu beschaffen war, wie sinnreich bearbeitet er ist, so muss man bei dem Hörer entweder die Kenntniss der ganzen Geschichte des Baues voraussetzen oder sie ihm erst auseinandersetzen, wozu mehr Zeit gebraucht wird, als ich heute und hier in Anspruch nehmen darf.

So ist es auch mit den Arbeiten von Magnus. Ueberall, wo er angegriffen hat, hat er eine Fülle neuer und oft überraschender Thatsachen hervorgeholt, er hat sie sorgfältig und zuverlässig beobachtet und in den Zusammenhang des grossen Baues der Wissenschaft eingefügt. Er hat ferner als einen für die Wissenschaft ebenso werthvollen Schatz eine grosse Zahl sinnreich erfundener und fein ausgebildeter neuer Methoden hinterlassen, als Instrumente, mit denen auch künftige Generationen

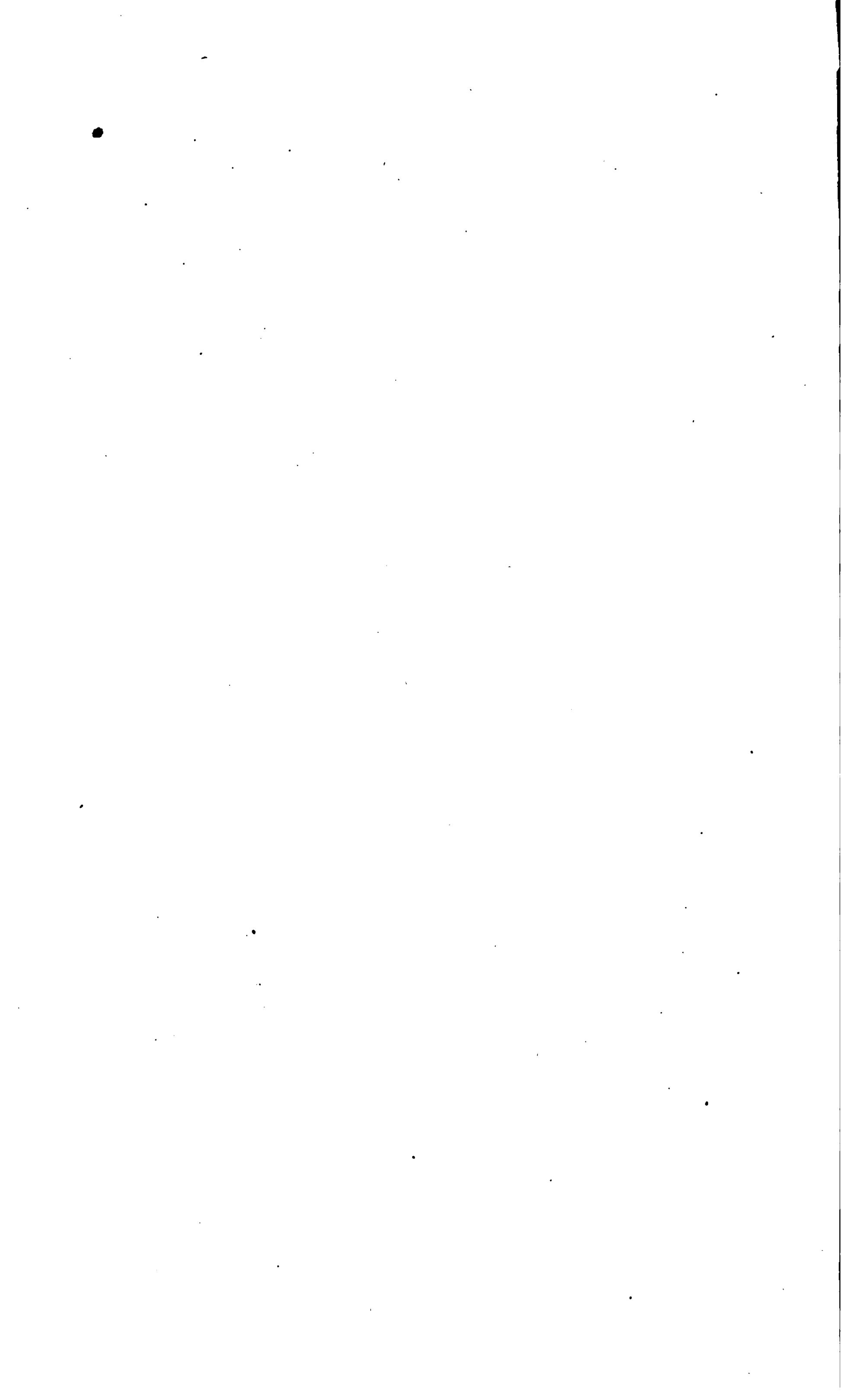
fortfahren werden, verborgene Adern edlen Metalls ewiger Gesetze in dem scheinbar wüsten und wilden Spiele des Zufalls aufzudecken. Magnus' Namen wird immer mit in erster Linie zu nennen sein, wenn die genannt werden, auf deren Arbeit der stolze Bau der Wissenschaft von der Natur beruht, dieser Wissenschaft, welche das Leben der modernen Menschheit so eingreifend umgestaltet hat, sowohl durch ihren geistigen Einfluss, wie durch die Unterwerfung der Naturkräfte unter die Zwecke des Geistes.

Ich habe nur von Magnus' physikalischen Arbeiten geredet und auch von diesen nur diejenigen genannt, welche mir charakteristisch für seine Individualität erschienen. Aber die Zahl seiner Arbeiten ist sehr gross und sie erstrecken sich über weitere Gebiete, als gegenwärtig noch von einem einzelnen Forscher umfasst werden können. Er fing als Chemiker an, bevorzugte aber damals schon Fälle, welche auffallende physikalische Verhältnisse zeigten; später wurde er ganz Physiker. Daneben her lief ein ausserordentlich ausgedehntes Studium der Technologie, wie es für sich allein schon ein Menschenleben auszufüllen im Stande wäre.

Er ist geschieden nach einem reichen Leben und einer reichen Thätigkeit. Das alte Gesetz, dass keines Menschen Leben frei von Schmerz sei, wird wohl auch ihn getroffen haben; und doch erscheint sein Leben als ein bevorzugt glückliches. Was die Menschen gewöhnlich am meisten beneiden, war ihm zugefallen; aber er wusste die äusseren Güter zu adeln, indem er sie in den Dienst eines uneigennützigen Zwecks stellte. Was dem Gemüthe eines edlen Menschen am theuersten ist, war ihm vergönnt, in der Mitte einer liebenswürdigen Familie, in einem Kreise treuer und bedeutender Freunde sich zu erwärmen. Als das seltenste Glück aber möchte ich es preisen, dass er in reiner Begeisterung für ein ideales Princip arbeiten durfte und dass er die Sache, der er diente, siegreich wachsen und sich entfalten sah zu ungeahntem Reichthum und zu breithin wirkendem Segen.

Und schliesslich müssen wir hinzufügen: soweit Besonnenheit, Reinheit der Absicht, sittlicher und intellectueller Tact, Bescheidenheit und echte Humanität die Launen des Glücks und der Menschen beherrschen können, so weit war Magnus selbst der Schmied seines Glücks; eine der seltenen befriedigenden und in sich befriedigten Naturen, denen die Liebe

und die Gunst der Menschen entgegenkommt, die mit sicherer Ahnung die rechte Stelle für ihre Thätigkeit zu finden wissen, und von denen man sagen möchte: der Neid des Schicksals verkümmert ihnen ihre Erfolge nicht, weil sie für reine Zwecke und mit reinen Wünschen arbeitend, auch ohne äussere Erfolge ihre Befriedigung finden würden.



ÜBER DEN

URSPRUNG UND DIE BEDEUTUNG

DER

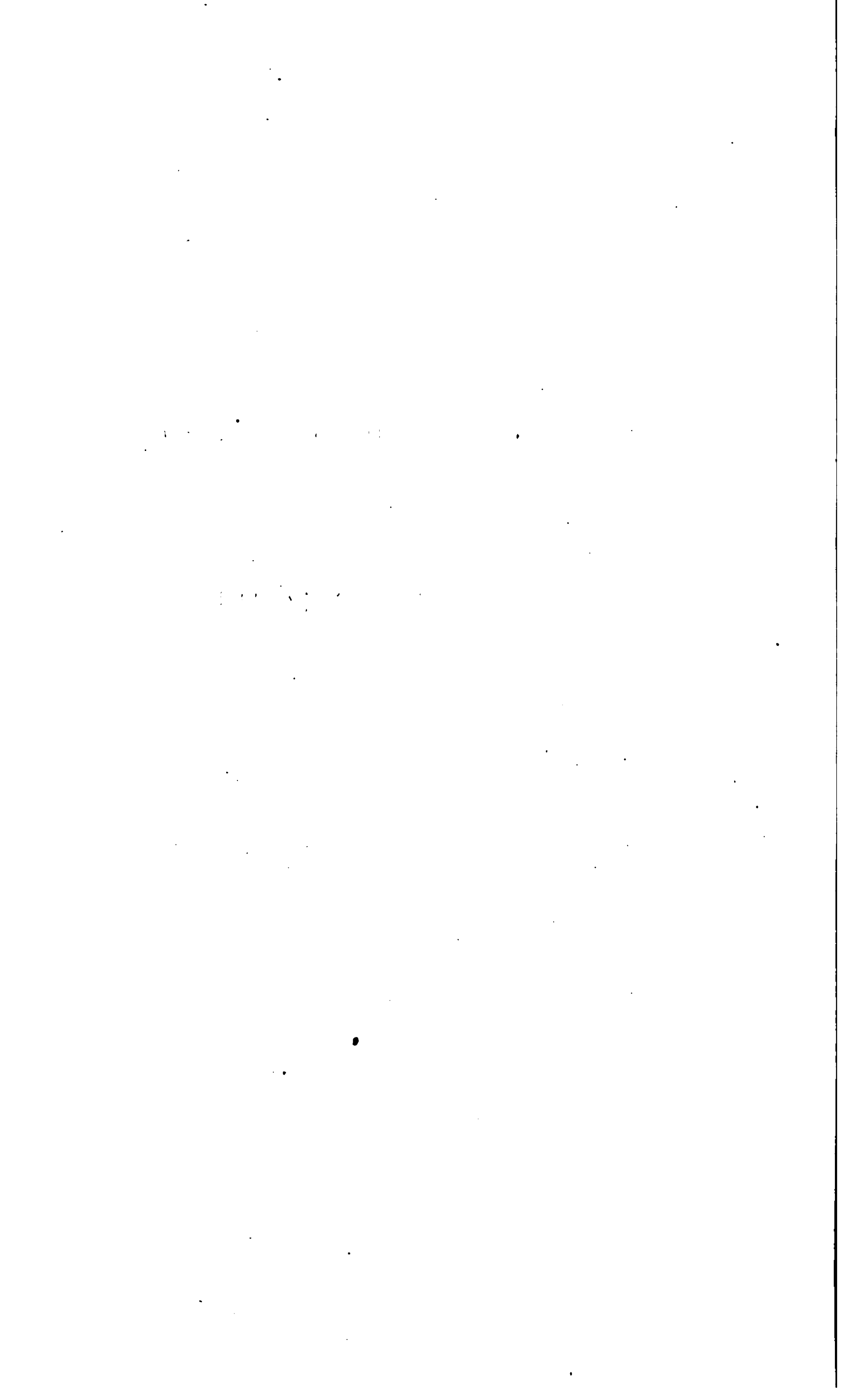
GEOMETRISCHEN AXIOME.

Vortrag,

gehalten im Docentenverein zu Heidelberg

im

Jahre 1870.



Die Thatsache, dass eine Wissenschaft von der Art bestehen und in der Weise aufgebaut werden kann, wie es bei der Geometrie der Fall ist, hat von jeher die Aufmerksamkeit aller derer, welche für die principiellen Fragen der Erkenntnisstheorie Interesse fühlten, im höchsten Grade in Anspruch nehmen müssen. Unter allen Zweigen menschlicher Wissenschaft giebt es keine zweite, die gleich ihr fertig, wie eine erzgerüstete Minerva aus dem Haupte des Zeus, hervorgesprungen erscheint, keine vor deren vernichtender Aegis Widerspruch und Zweifel so wenig ihre Augen aufzuschlagen wagten. Dabei fällt ihr in keiner Weise die mühsame und langwierige Aufgabe zu, Erfahrungsthatsachen sammeln zu müssen, wie es die Naturwissenschaften im engeren Sinne zu thun haben, sondern die ausschliessliche Form ihres wissenschaftlichen Verfahrens ist die Deduction. Schluss wird aus Schluss entwickelt, und doch zweifelt schliesslich Niemand von gesunden Sinnen daran, dass diese geometrischen Sätze ihre sehr praktische Anwendung auf die uns umgebende Wirklichkeit finden müssen. Die Feldmesskunst wie die Architektur, die Maschinenbaukunst wie die mathematische Physik, sie berechnen fortdauernd Raumverhältnisse der verschiedensten Art nach geometrischen Sätzen, sie erwarten, dass der Erfolg ihrer Constructionen und Versuche sich diesen Rechnungen füge, und noch ist kein Fall bekannt geworden, wo sie sich in dieser Erwartung getäuscht hätten, vorausgesetzt, dass sie richtig und mit ausreichenden Daten gerechnet hatten.

In der That ist denn auch die Thatsache, dass Geometrie besteht und solches leistet, in dem Streite über diejenige Frage, welche gleichsam den Kernpunkt aller Gegensätze der philosophischen Systeme bildet, immer benutzt worden, um an einem im-

ponirenden Beispiele zu erweisen, dass ein Erkennen von Sätzen realen Inhalts ohne entsprechende aus der Erfahrung hergenommene Grundlage möglich sei. Namentlich bilden bei der Beantwortung von Kant's berühmter Frage: „Wie sind synthetische Sätze a priori möglich?" die geometrischen Axiome wohl diejenigen Beispiele, welche am evidentesten zu zeigen schienen, dass überhaupt synthetische Sätze a priori möglich seien. Weiter gilt ihm der Umstand, dass solche Sätze existiren und sich unserer Ueberzeugung mit Nothwendigkeit aufdrängen, als Beweis dafür, dass der Raum eine a priori gegebene Form aller äusseren Anschauung sei. Er scheint dadurch für diese a priori gegebene Form nicht nur den Charakter eines rein formalen und an sich inhaltsleeren Schema in Anspruch zu nehmen, in welches jeder beliebige Inhalt der Erfahrung passen würde, sondern auch gewisse Besonderheiten des Schema mit einzuschliessen, die bewirken, dass eben nur ein in gewisser Weise gesetzmässig beschränkter Inhalt in dasselbe eintreten und uns anschaubar werden könne*).

Eben dieses erkenntnisstheoretische Interesse der Geometrie ist es nun, welches mir den Muth giebt in einer Versammlung, deren Mitglieder nur zum kleinsten Theile tiefer, als es der Schulunterricht mit sich brachte, in mathematische Studien eingedrungen sind, von geometrischen Dingen zu reden. Glücklicher Weise wird auch das, was der Gymnasialunterricht an geometrischen Kenntnissen zu lehren pflegt, wie ich denke, genügen, um Ihnen wenigstens den Sinn der im Folgenden zu besprechenden Sätze verständlich zu machen.

Ich beabsichtige nämlich Ihnen Bericht zu erstatten über eine Reihe sich aneinander schliessender neuerer mathematischer Arbeiten, welche die geometrischen Axiome, ihre Beziehungen zur

---

*) In seinem Buche „Ueber die Grenzen der Philosophie" behauptet Herr W. Tobias, Sätze ähnlichen Sinnes, die ich früher ausgesprochen hatte, seien ein Missverständniss von Kant's Meinung. Aber Kant führt speciell die Sätze, dass die gerade Linie die kürzeste sei (Kritik d. r. Vernunft. Einleitung V, 2. Aufl. S. 16), dass der Raum drei Dimensionen habe (Ebend. Th. I, Absch. 1. § 3, S. 41), dass nur eine gerade Linie zwischen zwei Punkten möglich sei (Ebend. Th. II, Abth. I, von den Axiomen der Anschauung S. 204), als Sätze an, „welche die Bedingungen der sinnlichen Anschauung a priori ausdrücken." Ob diese Sätze aber ursprünglich in der Raumanschauung gegeben sind, oder diese nur die Anhaltspunkte giebt, aus denen der Verstand solche Sätze a priori entwickeln kann, worauf mein Kritiker Gewicht legt, darauf kommt es hier gar nicht an.

Erfahrung und die logische Möglichkeit, sie durch andere zu ersetzen, betreffen.

Da die darauf bezüglichen Originalarbeiten der Mathematiker, zunächst nur bestimmt Beweise für den Sachverständigen in einem Gebiete zu führen, welches eine höhere Kraft der Abstraction in Anspruch nimmt, als fast irgend ein anderes, dem Nichtmathematiker ziemlich unzugänglich sind, so will ich versuchen auch für einen solchen anschaulich zu machen, um was es sich handelt. Ich brauche wohl nicht zu bemerken, dass meine Auseinandersetzung keinen Beweis von der Richtigkeit der neuen Einsichten geben soll. Wer einen solchen sucht, der muss sich schon die Mühe nehmen die Originalarbeiten zu studiren.

Wer einmal durch die Pforten der ersten elementaren Sätze in die Geometrie, das heisst die mathematische Lehre vom Raume, eingetreten ist, der findet vor sich auf seinem weiteren Wege jene lückenlosen Ketten von Schlüssen, von denen ich vorher gesprochen habe, durch welche immer mannigfachere und verwickeltere Raumformen ihre Gesetze empfangen. Aber in jenen ersten Elementen werden einige Sätze aufgestellt, von denen die Geometrie selbst erklärt, dass sie sie nicht beweisen könne, dass sie nur darauf rechnen müsse, Jeder, der den Sinn dieser Sätze verstehe, werde ihre Richtigkeit zugeben. Das sind die sogenannten Axiome der Geometrie. Zu diesen gehört zunächst der Satz, dass wenn man die kürzeste Linie, die zwischen zwei Punkten gezogen werden kann, eine *gerade Linie* nennt, es zwischen zwei Punkten nur eine und nicht zwei verschiedene solche gerade Linien geben könne. Es ist ferner ein Axiom, dass durch je drei Punkte des Raumes, die nicht in einer geraden Linie liegen, eine Ebene gelegt werden kann, das heisst eine Fläche, in welche jede gerade Linie, die zwei ihrer Punkte verbindet, ganz hinein fällt. Ein anderes vielbesprochenes Axiom sagt aus, dass durch einen ausserhalb einer geraden Linie liegenden Punkt nur eine einzige und nicht zwei verschiedene jener ersten parallele Linien gelegt werden können. Parallel aber nennt man zwei Linien, die in ein und derselben Ebene liegen und sich niemals schneiden, so weit sie auch verlängert werden mögen. Ausserdem sprechen die geometrischen Axiome Sätze aus, welche die Anzahl der Dimensionen sowohl des Raumes als seiner Flächen, Linien, Punkte bestimmen, und den Begriff der Continuität dieser Gebilde erläutern, wie die Sätze, dass die Grenze eines Körpers eine Fläche, die einer Fläche eine Linie, die einer Linie ein Punkt, und der Punkt untheilbar ist, und die Sätze, dass

durch Bewegung eines Punktes eine Linie, durch Bewegung einer Linie eine Linie oder Fläche, durch die einer Fläche eine Fläche oder ein Körper, durch Bewegung eines Körpers aber immer nur wieder ein Körper beschrieben werde.

Woher kommen nun solche Sätze, unbeweisbar und doch unzweifelhaft richtig im Felde einer Wissenschaft, wo sich alles Andere der Herrschaft des Schlusses hat unterwerfen lassen? Sind sie ein Erbtheil aus der göttlichen Quelle unserer Vernunft, wie die idealistischen Philosophen meinen, oder ist der Scharfsinn der bisher aufgetretenen Generationen von Mathematikern nur noch nicht ausreichend gewesen den Beweis zu finden? Natürlich versucht jeder neue Jünger der Geometrie, der mit frischem Eifer an diese Wissenschaft herantritt, der Glückliche zu sein, welcher alle Vorgänger überflügelt. Auch ist es ganz recht, dass ein Jeder sich von Neuem daran versucht; denn nur durch die Fruchtlosigkeit der eigenen Versuche konnte man sich bei der bisherigen Sachlage von der Unmöglichkeit des Beweises überzeugen. Leider finden sich von Zeit zu Zeit auch immer wieder einzelne Grübler, welche sich so lange und tief in verwickelte Schlussfolgen verstricken, bis sie die begangenen Fehler nicht mehr entdecken können und die Sache gelöst zu haben glauben. Namentlich der Satz von den Parallelen hat eine grosse Zahl scheinbarer Beweise hervorgerufen.

Die grösste Schwierigkeit in diesen Untersuchungen bestand und besteht immer darin, dass sich mit den logischen Begriffsentwickelungen gar zu leicht Ergebnisse der alltäglichen Erfahrung als scheinbare Denknothwendigkeiten vermischten, so lange die einzige Methode der Geometrie die von Euklides gelehrte Methode der Anschauung war. Namentlich ist es ausserordentlich schwer, auf diesem Wege vorschreitend sich überall klar zu machen, ob man in den Schritten, die man für die Beweisführung nach einander vorschreibt, nicht unwillkürlich und unwissentlich gewisse allgemeinste Ergebnisse der Erfahrung zu Hilfe nimmt, welche die Ausführbarkeit gewisser vorgeschriebener Theile des Verfahrens uns schon praktisch gelehrt haben. Der wohlgeschulte Geometer fragt bei jeder Hilfslinie, die er für irgend einen Beweis zieht, ob es auch immer möglich sein wird eine Linie von der verlangten Art zu ziehen. Bekanntlich spielen die Constructionsaufgaben in dem Systeme der Geometrie eine wesentliche Rolle. Oberflächlich betrachtet sehen dieselben aus wie praktische Anwendungen, welche man zur Einübung der Schüler hineingesetzt hat. In Wahrheit aber stellen sie die Existenz gewisser Gebilde fest. Sie zeigen,

dass Punkte, gerade Linien oder Kreise von der Art, wie sie in der Aufgabe zu construiren verlangt werden, entweder unter allen Bedingungen möglich sind, oder bestimmen die etwa vorhandenen Ausnahmsfälle. Der Punkt, um den sich die im Folgenden zu besprechenden Untersuchungen drehen, ist wesentlich dieser Art. Die Grundlage aller Beweise in der Euklidischen Methode ist der Nachweis der Congruenz der betreffenden Linien, Winkel, ebenen Figuren, Körper u. s. w. Um die Congruenz anschaulich zu machen, stellt man sich vor, dass die betreffenden geometrischen Gebilde zu einander hinbewegt werden, natürlich ohne ihre Form und Dimensionen zu verändern. Dass dies in der That möglich und ausführbar sei, haben wir alle von frühester Jugend an erfahren. Wenn wir aber Denknothwendigkeiten auf diese Annahme freier Beweglichkeit fester Raumgebilde mit unveränderter Form nach jeder Stelle des Raumes hin bauen wollen, so müssen wir die Frage aufwerfen, ob diese Annahme keine logisch unerwiesene Voraussetzung einschliesst. Wir werden gleich nachher sehen, dass sie in der That eine solche einschliesst, und zwar eine sehr folgenreiche. Wenn sie das aber thut, so ist jeder Congruenzbeweis auf eine nur aus der Erfahrung genommene Thatsache gestützt.

Ich führe diese Ueberlegungen hier zunächst nur an, um klar zu machen, auf welche Schwierigkeiten wir bei der vollständigen Analyse aller von uns gemachten Voraussetzungen nach der Methode der Anschauung stossen. Ihnen entgehen wir, wenn wir die von der neueren rechnenden Geometrie ausgearbeitete analytische Methode auf die Untersuchung der Principien anwenden. Die ganze Ausführung der Rechnung ist eine rein logische Operation, sie kann keine Beziehung zwischen den der Rechnung unterworfenen Grössen ergeben, die nicht schon in den Gleichungen, welche den Ansatz der Rechnung bilden, enthalten ist. Die erwähnten neueren Untersuchungen sind deshalb fast ausschliesslich mittels der rein abstracten Methoden der analytischen Geometrie geführt worden.

Uebrigens lässt sich nun doch, nachdem die abstracte Methode die Punkte kennen gelehrt hat, auf die es ankommt, einigermaassen eine Anschauung dieser Punkte geben, am besten, wenn wir in ein engeres Gebiet herabsteigen, als unsere eigene Raumwelt ist. Denken wir uns — darin liegt keine logische Unmöglichkeit — verstandbegabte Wesen von nur zwei Dimensionen, die an der Oberfläche irgend eines unserer festen Körper leben und

sich bewegen. Wir nehmen an, dass sie nicht die Fähigkeit haben, irgend etwas ausserhalb dieser Oberfläche wahrzunehmen, wohl aber Wahrnehmungen, ähnlich den unserigen, innerhalb der Ausdehnung der Fläche, in der sie sich bewegen, zu machen. Wenn sich solche Wesen ihre Geometrie ausbilden, so würden sie ihrem Raume natürlich nur zwei Dimensionen zuschreiben. Sie würden ermitteln, dass ein Punkt, der sich bewegt, eine Linie beschreibt, und eine Linie, die sich bewegt, eine Fläche, was für sie das vollständigste Raumgebilde wäre, was sie kennen. Aber sie würden sich ebenso wenig von einem weiteren räumlichen Gebilde, was entstände, wenn eine Fläche sich aus ihrem flächenhaften Raume herausbewegte, eine Vorstellung machen können, als wir es können von einem Gebilde, das durch Herausbewegung eines Körpers aus dem uns bekannten Raume entstände. Unter dem viel gemissbrauchten Ausdrucke „sich vorstellen" oder „sich denken können, wie etwas geschieht" verstehe ich — und ich sehe nicht, wie man etwas Anderes darunter verstehen könne, ohne allen Sinn des Ausdrucks aufzugeben —, dass man sich die Reihe der sinnlichen Eindrücke ausmalen könne, die man haben würde, wenn so etwas in einem einzelnen Falle vor sich ginge. Ist nun gar kein sinnlicher Eindruck bekannt, der sich auf einen solchen nie beobachteten Vorgang bezöge, wie für uns eine Bewegung nach einer vierten, für jene Flächenwesen eine Bewegung nach der uns bekannten dritten Dimension des Raumes wäre, so ist ein solches „Vorstellen" nicht möglich, ebenso wenig als ein von Jugend auf absolut Blinder sich wird die Farben „vorstellen" können, wenn man ihm auch eine begriffliche Beschreibung derselben geben könnte.

Jene Flächenwesen würden ferner auch kürzeste Linien in ihrem flächenhaften Raume ziehen können. Das wären nicht nothwendig gerade Linien in unserem Sinne, sondern was wir nach geometrischer Terminologie g e o d ä t i s c h e L i n i e n der Fläche, auf der jene leben, nennen würden, Linien, wie sie ein gespannter Faden beschreibt, den man an die Fläche anlegt, und der ungehindert an ihr gleiten kann. Ich will mir erlauben, im Folgenden dergleichen Linien als die g e r a d e s t e n Linien der bezeichneten Fläche (beziehlich eines gegebenen Raumes) zu bezeichnen, um dadurch ihre Analogie mit der geraden Linie in der Ebene hervorzuheben. Ich hoffe den Begriff durch diesen Ausdruck der Anschauung meiner nicht mathematischen Zuhörer näher zu rücken, ohne doch Verwechselungen zu veranlassen.

Wenn nun Wesen dieser Art auf einer unendlichen Ebene lebten, so würden sie genau dieselbe Geometrie aufstellen, welche in unserer Planimetrie enthalten ist. Sie würden behaupten, dass zwischen zwei Punkten nur eine gerade Linie möglich ist, dass durch einen dritten, ausserhalb derselben liegenden Punkt nur eine Parallele mit der ersten geführt werden kann, dass übrigens gerade Linien in das Unendliche verlängert werden können, ohne dass ihre Enden sich wieder begegnen, und so weiter. Ihr Raum könnte unendlich ausgedehnt sein, aber auch wenn sie an Grenzen ihrer Bewegung und Wahrnehmung stiessen, so würden sie sich eine Fortsetzung jenseits dieser Grenzen anschaulich vorstellen können, und in dieser Vorstellung würde ihr Raum ihnen unendlich ausgedehnt erscheinen, gerade wie uns der unserige, obgleich auch wir mit unserem Leibe nicht unsere Erde verlassen können, und unser Blick nur so weit reicht, als sichtbare Fixsterne vorhanden sind.

Nun könnten aber intelligente Wesen dieser Art auch an der Oberfläche einer Kugel leben. Ihre kürzeste oder geradeste Linie zwischen zwei Punkten würde dann ein Bogen des grössten Kreises sein, der durch die betreffenden Punkte zu legen ist. Jeder grösste Kreis, der durch zwei gegebene Punkte geht, zerfällt dabei in zwei Theile. Wenn beide ungleich lang sind, ist das kleinere allerdings die einzige kürzeste Linie auf der Kugel, die zwischen diesen beiden Punkten besteht. Aber auch der andere grössere Bogen desselben grössten Kreises ist eine geodätische oder geradeste Linie, d. h. jedes kleinere Stück desselben ist eine kürzeste Linie zwischen seinen beiden Endpunkten. Wegen dieses Umstandes können wir den Begriff der geodätischen oder geradesten Linie nicht kurzweg mit dem der kürzesten Linie identificiren. Wenn nun die beiden gegebenen Punkte Endpunkte desselben Durchmessers der Kugel sind, so schneiden alle durch diesen Durchmesser gelegten Ebenen Halbkreise aus der Kugelfläche, welche alle kürzeste Linien zwischen den beiden Endpunkten sind. In einem solchen Falle giebt es also unendlich viele unter einander gleiche kürzeste Linien zwischen den beiden gegebenen Punkten. Somit würde das Axiom, dass nur eine kürzeste Linie zwischen zwei Punkten bestehe, für die Kugelbewohner nicht ohne eine gewisse Ausnahme giltig sein.

Parallele Linien würden die Bewohner der Kugel gar nicht kennen. Sie würden behaupten, dass jede beliebige zwei geradeste Linien, gehörig verlängert, sich schliesslich nicht nur in einem, sondern in zwei Punkten schneiden müssten. Die Summe der

Winkel in einem Dreieck würde immer grösser sein als zwei Rechte, und um so grösser, je grösser die Fläche des Dreiecks. Eben deshalb würde ihnen auch der Begriff der geometrischen Aehnlichkeit der Form zwischen grösseren und kleineren Figuren derselben Art fehlen. Denn ein grösseres Dreieck muss nothwendig andere Winkel haben als ein kleineres. Ihr Raum würde allerdings unbegrenzt, aber endlich ausgedehnt gefunden oder mindestens vorgestellt werden müssen.

Es ist klar, dass die Wesen auf der Kugel bei denselben logischen Fähigkeiten, wie die auf der Ebene, doch ein ganz anderes System geometrischer Axiome aufstellen müssten, als jene und wir selbst in unserem Raume von drei Dimensionen. Diese Beispiele zeigen uns schon, dass je nach der Art des Wohnraumes verschiedene geometrische Axiome aufgestellt werden müssten von Wesen, deren Verstandeskräfte den unserigen ganz entsprechend sein könnten.

Aber gehen wir weiter. Denken wir uns vernünftige Wesen existirend an der Oberfläche eines eiförmigen Körpers. Zwischen je drei Punkten einer solchen Oberfläche könnte man kürzeste Linien ziehen und so ein Dreieck construiren. Wenn man aber versuchte an verschiedenen Stellen dieser Fläche congruente Dreiecke zu construiren, so würde sich zeigen, dass, wenn zwei Dreiecke gleich lange Seiten haben, ihre Winkel nicht gleich gross ausfallen. An dem spitzeren Ende des Eies gezeichnet, würde die Winkelsumme des Dreiecks sich mehr von zwei Rechten unterscheiden, als wenn ein Dreieck mit denselben Seiten an dem stumpferen Ende gezeichnet würde; daraus geht hervor, dass an einer solchen Fläche sich nicht einmal ein so einfaches Raumgebilde, wie ein Dreieck ist, ohne Aenderung seiner Form von einem Orte nach jedem anderen fortbewegen lassen würde. Ebenso würde sich zeigen, dass wenn an verschiedenen Stellen einer solchen Oberfläche Kreise mit gleichen Radien construirt würden (die Länge der Radien immer durch kürzeste Linien längs der Fläche gemessen), deren Peripherie am stumpfen Ende grösser ausfallen würde, als am spitzeren Ende.

Daraus folgt weiter, dass es eine besondere geometrische Eigenschaft einer Fläche ist, wenn sich in ihr liegende Figuren ohne Veränderung ihrer sämmtlichen längs der Fläche gemessenen Linien und Winkel frei verschieben lassen, und dass dies nicht auf jeder Art von Fläche der Fall sein wird. Die Bedingung dafür, dass eine Fläche diese wichtige Eigenschaft habe, hatte

schon Gauss in seiner berühmten Abhandlung über die Krümmung der Flächen nachgewiesen. Sie ist, dass das, was er das „Maass der Krümmung" genannt hat (nämlich der reciproke Werth des Products der beiden Hauptkrümmungsradien) überall längs der ganzen Ausdehnung der Fläche gleiche Grösse habe.

Gauss hat gleichzeitig nachgewiesen, dass dieses Maass der Krümmung sich nicht verändert, wenn die Fläche gebogen wird, ohne dass sie dabei in irgend einem Theile eine Dehnung oder Zusammenziehung erleidet. So können wir ein ebenes Papierblatt zu einem Cylinder oder einem Kegel (Düte) aufrollen, ohne dass die längs der Fläche des Blattes genommenen Abmessungen seiner Figuren sich verändern. Und ebenso können wir die halbkugelförmige geschlossene Hälfte einer Schweinsblase in Spindelform zusammenrollen, ohne die Abmessungen in dieser Fläche selbst zu verändern. Es wird also auch die Geometrie auf einer Ebene dieselbe sein, wie in einer Cylinderfläche. Wir müssen uns nur im letzteren Falle vorstellen, dass unbegrenzt viele Lagen dieser Fläche, wie die Lagen eines umgewickelten Papierblatts, über einander liegen, und dass man bei jedem ganzen Umgang um den Cylinderumfang in eine andere Lage hineinkommt, verschieden von derjenigen, in der man sich früher befand.

Diese Bemerkungen sind nöthig, um Ihnen eine Vorstellung von einer Art von Fläche geben zu können, deren Geometrie der der Ebene im Ganzen ähnlich ist, für welche aber das Axiom von den Parallellinien nicht gilt. Es ist dies eine Art gekrümmter Fläche, welche sich in geometrischer Beziehung wie das Gegentheil einer Kugel verhält, und die deshalb von dem ausgezeichneten italienischen Mathematiker E. Beltrami*), der ihre Eigenschaften untersucht hat, die pseudosphärische Fläche genannt worden ist. Es ist eine sattelförmige Fläche, von der in unserem Raume nur begrenzte Stücke oder Streifen zusammenhängend dargestellt werden können, die man aber doch sich nach allen Richtungen in das Unendliche fortgesetzt denken kann, da man jedes an der Grenze des construirten Flächentheils liegende Stück nach der Mitte desselben zurückgeschoben und dann fortgesetzt denken kann. Das verschobene Flächenstück muss dabei seine Biegung, aber nicht seine Dimensionen ändern, gerade so wie man auf einem

---

*) Saggio di Interpretazione della Geometria Non-Euclidea. Napoli 1868. — Teoria fondamentale degli Spazij di Curvatura costante. Annali di Matematica. Ser. II, Tomo II, p. 232—255.

durch dütenförmiges Zusammenrollen einer Ebene entstandenen Kegel ein Papierblatt hin- und herschieben kann. Ein solches passt sich der Kegelfläche überall an, aber muss der Spitze des Kegels näher stärker gebogen werden und kann über die Spitze hinaus nicht so verschoben werden, dass es dem existirenden Kegel und seiner idealen Fortsetzung jenseits der Spitze angepasst bliebe.

Wie die Ebene und die Kugel sind die pseudosphärischen Flächen von constanter Krümmung, so dass sich jedes Stück der-

Fig. 1.

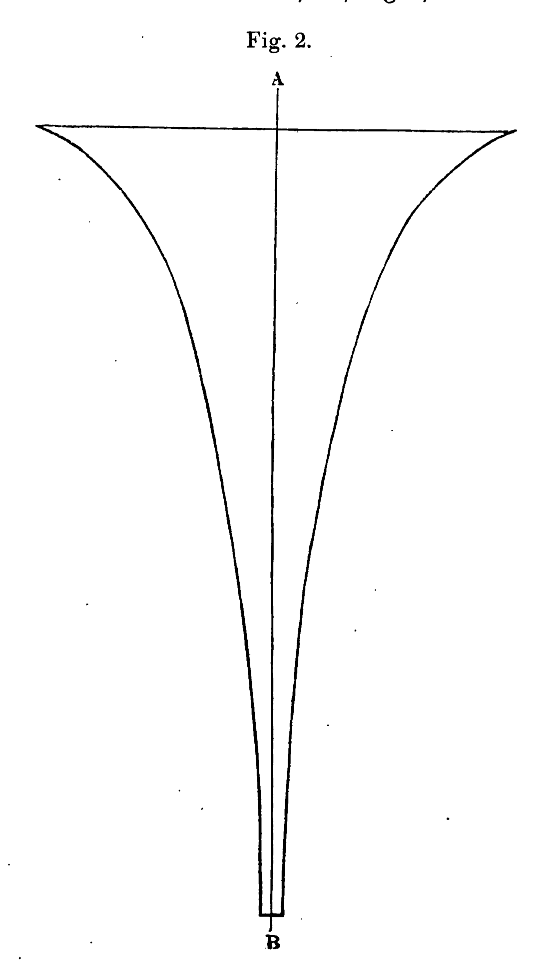
A
a a
b b
B

selben an jede andere Stelle der Fläche vollkommen anschliessend anlegen kann, und also alle an einem Orte in der Fläche construirten Figuren an jeden anderen Ort in vollkommen congruenter Form und mit vollkommener Gleichheit aller in der Fläche selbst liegenden Dimensionen übertragen werden können. Das von Gauss aufgestellte Maass der Krümmung, was für die Kugel positiv und für die Ebene gleich Null ist, würde für die pseudosphärischen Flächen einen constanten, negativen Werth haben, weil die beiden

Hauptkrümmungen einer sattelförmigen Fläche ihre Concavität nach entgegengesetzten Seiten kehren.

Ein Streifen einer pseudosphärischen Fläche kann zum Beispiel aufgewickelt als Oberfläche eines Ringes dargestellt werden. Denken Sie sich eine Fläche wie *a a*, *b b*, Fig. 1, um ihre Symmetrie-

Fig. 2.



axe *A B* gedreht, so würden die beiden Bogen *ab* eine solche pseudosphärische Ringfläche beschreiben. Die beiden Ränder der Fläche oben bei *a a* und unten bei *b b* würden sich mit immer schärfer werdender Biegung nach aussen wenden, bis die Fläche

senkrecht zur Axe steht, und dort würde sie mit einer unendlich starken Krümmung an der Kante enden. Auch zu einem kelchförmigen Champagnerglase mit unendlich verlängertem, immer dünner werdendem Stiele wie Fig. 2 (a. v. S.) könnte eine Hälfte einer pseudosphärischen Fläche aufgewickelt werden. Aber an einer Seite ist sie nothwendig immer durch einen scharf abbrechenden Rand begrenzt, über den hinaus eine continuirliche Fortsetzung der Fläche nicht unmittelbar ausgeführt werden kann. Nur dadurch, dass man jedes einzelne Stück des Randes losgeschnitten und längs der Fläche des Ringes oder Kelchglases verschoben denkt, kann man es zu Stellen von anderer Biegung bringen, an denen weitere Fortsetzung dieses Flächenstücks möglich ist.

In dieser Weise lassen sich denn auch die geradesten Linien der pseudosphärischen Fläche unendlich verlängern. Sie laufen nicht wie die der Kugel in sich zurück, sondern wie auf der Ebene ist zwischen zwei gegebenen Punkten immer nur eine einzige kürzeste Linie möglich. Aber das Axiom von den Parallelen trifft nicht zu. Wenn eine geradeste Linie auf der Fläche gegeben ist und ein Punkt ausserhalb derselben, so lässt sich ein ganzes Bündel von geradesten Linien durch den Punkt legen, welche alle die erstgenannte Linie nicht schneiden, auch wenn sie ins Unendliche verlängert werden. Es sind dies alle Linien, welche zwischen zwei das Bündel begrenzenden geradesten Linien liegen. Die eine von diesen, unendlich verlängert, trifft die erstgenannte Linie im Unendlichen bei Verlängerung nach einer Seite, die andere bei Verlängerung nach der anderen Seite.

Eine solche Geometrie, welche das Axiom von den Parallelen fallen lässt, ist übrigens schon im Jahre 1829 nach der synthetischen Methode des Euklid von N. J. Lobatschewsky, Professor der Mathematik zu Kasan, vollständig ausgearbeitet worden*). Es zeigte sich, dass deren System ebenso consequent und ohne Widerspruch durchzuführen sei, wie das des Euklides. Diese Geometrie ist in vollständiger Uebereinstimmung mit der der pseudosphärischen Flächen, wie sie Beltrami neuerdings ausgebildet hat.

Wir sehen daraus, dass in der Geometrie zweier Dimensionen die Voraussetzung, jede Figur könne ohne irgend welche Aenderung ihrer in der Fläche liegenden Dimensionen nach allen Rich-

*) Principien der Geometrie. Kasan, 1829 bis 1830.

tungen hin fortbewegt werden, die betreffende Fläche charakterisirt als Ebene oder Kugel oder pseudosphärische Fläche. Das Axiom, dass zwischen je zwei Punkten immer nur eine kürzeste Linie bestehe, trennt die Ebene und pseudosphärische Fläche von der Kugel, und das Axiom von den Parallelen scheidet die Ebene von der Pseudosphäre. Diese drei Axiome sind in der That also nothwendig und hinreichend, um die Fläche, auf welche sich die Euklidische Planimetrie bezieht, als Ebene zu charakterisiren, im Gegensatz zu allen anderen Raumgebilden zweier Dimensionen.

Der Unterschied zwischen der Geometrie in der Ebene und derjenigen auf der Kugelfläche ist längst klar und anschaulich gewesen, aber der Sinn des Axioms von den Parallelen konnte erst verstanden werden, nachdem von Gauss der Begriff der ohne Dehnung biegsamen Flächen und damit der möglichen unendlichen Fortsetzung der pseudosphärischen Flächen entwickelt worden war. Wir als Bewohner eines Raumes von drei Dimensionen und begabt mit Sinneswerkzeugen, um alle diese Dimensionen wahrzunehmen, können uns die verschiedenen Fälle, in denen flächenhafte Wesen ihre Raumanschauung auszubilden hätten, allerdings anschaulich vorstellen, weil wir zu diesem Ende nur unsere eigenen Anschauungen auf ein engeres Gebiet zu beschränken haben. Anschauungen, die man hat, sich wegdenken ist leicht; aber Anschauungen, für die man nie ein Analogon gehabt hat, sich sinnlich vorstellen ist sehr schwer. Wenn wir deshalb zum Raume von drei Dimensionen übergehen, so sind wir in unserem Vorstellungsvermögen gehemmt durch den Bau unserer Organe und die damit gewonnenen Erfahrungen, welche nur zu dem Raume passen, in dem wir leben.

Nun haben wir aber noch einen anderen Weg zur wissenschaftlichen Behandlung der Geometrie. Es sind nämlich alle uns bekannten Raumverhältnisse messbar, das heisst sie können auf Bestimmung von Grössen (von Linienlängen, Winkeln, Flächen, Volumina) zurückgeführt werden. Eben deshalb können die Aufgaben der Geometrie auch dadurch gelöst werden, dass man die Rechnungsmethoden aufsucht, mittels deren man die unbekannten Raumgrössen aus den bekannten herzuleiten hat. Dies geschieht in der analytischen Geometrie, in welcher die sämmtlichen Gebilde des Raumes nur als Grössen behandelt und durch andere Grössen bestimmt werden. Auch sprechen schon unsere Axiome von Raumgrössen. Die gerade Linie wird als die kürzeste zwischen zwei Punkten definirt, was eine Grössenbestimmung ist.

Das Axiom von den Parallelen sagt aus, dass, wenn zwei gerade Linien in derselben Ebene sich nicht schneiden (parallel sind), die Wechselwinkel, beziehlich die Gegenwinkel, an einer dritten sie schneidenden paarweise gleich sind. Oder dafür wird der Satz gesetzt, dass die Summe der Winkel in jedem Dreieck gleich zwei Rechten ist. Auch dies sind Grössenbestimmungen.

Man kann nun also auch von dieser Seite des Raumbegriffs ausgehen, wonach die Lage jedes Punktes, in Bezug auf irgend welches als fest angesehenes Raumgebilde (Coordinatensystem), durch Messungen irgend welcher Grössen bestimmt werden kann, und dann zusehen, welche besonderen Bestimmungen unserem Raume, wie er bei den thatsächlich auszuführenden Messungen sich darstellt, zukommen, und ob solche da sind, durch welche er sich von ähnlich mannigfaltig ausgedehnten Grössen unterscheidet. Diesen Weg hat zuerst der der Wissenschaft leider zu früh entrissene B. Riemann in Göttingen*) eingeschlagen. Dieser Weg hat den eigenthümlichen Vorzug, dass alle Operationen, die in ihm vorkommen, reine rechnende Grössenbestimmungen sind, wobei die Gefahr, dass sich gewohnte Anschauungsthatsachen als Denknothwendigkeiten unterschieben könnten, ganz wegfällt.

Die Zahl der Abmessungen, welche nöthig ist um die Lage eines Punktes zu geben, ist gleich der Anzahl der Dimensionen des betreffenden Raumes. In einer Linie genügt der Abstand von einem festen Punkte, also eine Grösse; in einer Fläche muss man schon die Abstände von zwei festen Punkten angeben, im Raum von dreien, um die Lage des Punktes zu fixiren; oder wir brauchen, wie auf der Erde, geographische Länge, Breite und Höhe über dem Meere, oder, wie in der analytischen Geometrie gewöhnlich, die Abstände von drei Coordinatebenen. Riemann nennt ein System von Unterschieden, in welchem das Einzelne durch n Abmessungen bestimmt werden kann, eine $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit oder eine Mannigfaltigkeit von n Dimensionen. Somit ist also der uns bekannte Raum, in dem wir leben, eine dreifach ausgedehnte Mannigfaltigkeit von Punkten, eine Fläche eine zweifache, eine Linie eine einfache, die Zeit ebenso eine einfache. Auch das System der Farben bildet eine dreifache Mannigfaltigkeit, insofern jede Farbe nach Th. Young's und

---

*) „Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen", Habilitationsschrift vom 10. Juni 1854. Veröffentlicht in Bd. XIII der Abhandlungen der Königl. Gesellschaft zu Göttingen.

Cl. Maxwell's*) Untersuchungen dargestellt werden kann, als die Mischung dreier Grundfarben, von deren jeder ein bestimmtes Quantum anzuwenden ist. Mit dem Farbenkreisel kann man solche Mischungen und Abmessungen wirklich ausführen.

Ebenso könnten wir das Reich der einfachen Töne**) als eine Mannigfaltigkeit von zwei Dimensionen betrachten, wenn wir sie nur nach Tonhöhe und Tonstärke verschieden nehmen und die Verschiedenheiten der Klangfarbe bei Seite lassen. Diese Verallgemeinerung des Begriffs ist sehr geeignet, um hervortreten zu lassen, wodurch sich der Raum von anderen Mannigfaltigkeiten dreier Dimensionen unterscheidet. Wir können, wie Sie alle aus alltäglicher Erfahrung wissen, im Raume den Abstand zweier über einander gelegener Punkte vergleichen mit dem horizontalen Abstande zweier Punkte des Fussbodens, weil wir einen Maassstab bald an das eine, bald an das andere Paar anlegen können. Aber wir können nicht den Abstand zweier Töne von gleicher Höhe und verschiedener Intensität vergleichen mit dem zweier Töne von gleicher Intensität und verschiedener Höhe. Riemann zeigte durch Betrachtungen dieser Art, dass die wesentliche Grundlage jeder Geometrie der Ausdruck sei, durch welchen die Entfernung zweier in beliebiger Richtung von einander liegender Punkte, und zwar zunächst zweier unendlich wenig von einander entfernten, gegeben wird. Für diesen Ausdruck nahm er aus der analytischen Geometrie die allgemeinste Form***), welche derselbe erhält, wenn man die Art der Abmessungen, durch welche der Ort jedes Punktes gegeben wird, ganz beliebig lässt. Er zeigte dann, dass diejenige Art der Bewegungsfreiheit bei unveränderter Form, welche den Körpern in unserem Raume zukommt, nur bestehen kann, wenn gewisse, aus der Rechnung hervorgehende Grössen†), die bezogen auf die Verhältnisse an Flächen sich auf das Gauss'sche Maass der Flächenkrümmung reduciren, überall den gleichen Werth haben. Eben deshalb nennt Riemann diese Rechnungsgrössen, wenn sie für eine bestimmte Stelle nach allen Richtungen hin denselben Werth haben, das Krümmungsmaass des betreffenden Raumes an

---

*) Siehe S. 41, Heft II. dieser Vorlesungen.

**) Siehe S. 77, Heft I. dieser Vorlesungen.

***) Nämlich für das Quadrat des Abstandes zweier unendlich naher Punkte eine homogene Function zweiten Grades der Differentiale ihrer Coordinaten.

†) Es ist ein algebraïscher Ausdruck, zusammengesetzt aus den Coëfficienten der einzelnen Glieder in dem Ausdruck für das Quadrat der Entfernung zweier benachbarter Punkte und deren Differentialquotienten.

dieser Stelle. Um Missverständnisse abzuwehren*), will ich hier nur noch hervorheben, dass dieses sogenannte Krümmungsmaass des Raums eine auf rein analytischem Wege gefundene Rechnungsgrösse ist, und dass seine Einführung keineswegs auf einer Unterschiebung von Verhältnissen, die nur in der sinnlichen Anschauung Sinn hätten, beruht. Der Name ist nur als kurze Bezeichnung eines verwickelten Verhältnisses von dem einen Falle hergenommen, wo der bezeichneten Grösse eine sinnliche Anschauung entspricht.

Wenn nun dieses Krümmungsmaass des Raumes überall den Werth Null hat, entspricht ein solcher Raum überall den Axiomen des Euklides. Wir können ihn in diesem Falle einen ebenen Raum nennen, im Gegensatz zu anderen analytisch construirbaren Räumen, die man gekrümmte nennen könnte, weil ihr Krümmungsmaass einen von Null verschiedenen Werth hat. Indessen lässt sich die analytische Geometrie für Räume der letzteren Art ebenso vollständig und in sich consequent durchführen, wie die gewöhnliche Geometrie unseres thatsächlich bestehenden ebenen Raumes.

Ist das Krümmungsmaass positiv, so erhalten wir den sphärischen Raum, in welchem die geradesten Linien in sich zurücklaufen, und in welchem es keine Parallelen giebt. Ein solcher Raum wäre wie die Oberfläche einer Kugel unbegrenzt, aber nicht unendlich gross. Ein negatives constantes Krümmungsmaass dagegen giebt den pseudosphärischen Raum, in welchem die geradesten Linien in das Unendliche auslaufen, und in jeder ebensten Fläche durch jeden Punkt ein Bündel von geradesten Linien zu legen ist, die eine gegebene andere geradeste Linie jener Fläche nicht schneiden.

Diese letzteren Verhältnisse hat Herr Beltrami**) dadurch der Anschauung zugänglich gemacht, dass er zeigte, wie man die Punkte, Linien und Flächen eines pseudosphärischen Raumes von drei Dimensionen im Innern einer Kugel des Euklides'schen Raumes so abbilden kann, dass jede geradeste Linie des pseudosphärischen Raumes in der Kugel durch eine gerade Linie vertreten wird, jede ebenste Fläche des ersteren durch eine Ebene in der letzteren. Die Kugeloberfläche selbst entspricht dabei den unendlich entfernten Punkten des pseudosphärischen Raumes; die verschiedenen Theile desselben sind in ihrem Kugelabbild um so mehr

*) Wie ein solches z. B. in dem oben citirten Buche von Herrn W. Tobias begangen ist. S. 70 u. a. m.

**) Teoria fondamentale degli Spazii di Curvatura costante. Annali di Matematica. Ser. II, Tom. II, Fasc. III, p. 232—255.

verkleinert, je näher sie der Kugeloberfläche liegen und zwar in der Richtung der Kugelradien stärker als in den Richtungen senkrecht darauf. Gerade Linien in der Kugel, die sich erst ausserhalb der Kugeloberfläche schneiden, entsprechen geradesten Linien des pseudosphärischen Raumes, die sich nirgends schneiden.

Somit zeigte sich, dass der Raum, als Gebiet messbarer Grössen betrachtet, keineswegs dem allgemeinsten Begriffe einer Mannigfaltigkeit von drei Dimensionen entspricht, sondern noch besondere Bestimmungen erhält, welche bedingt sind durch die vollkommen freie Beweglichkeit der festen Körper mit unveränderter Form nach allen Orten hin und bei allen möglichen Richtungsänderungen, und ferner durch den besonderen Werth des Krümmungsmaasses, welches für den thatsächlich vorliegenden Raum gleich Null zu setzen ist, oder sich wenigstens in seinem Werthe nicht merklich von Null unterscheidet. Diese letztere Festsetzung ist in den Axiomen von den geraden Linien und von den Parallelen gegeben.

Während Riemann von den allgemeinsten Grundfragen der analytischen Geometrie her dieses neue Gebiet betrat, war ich selbst theils durch Untersuchungen über die räumliche Darstellung des Systems der Farben, also durch Vergleichung einer dreifach ausgedehnten Mannigfaltigkeit mit einer anderen, theils durch Untersuchungen über den Ursprung unseres Augenmaasses für Abmessungen des Gesichtsfeldes zu ähnlichen Betrachtungen, wie Riemann, gekommen. Während dieser von dem oben erwähnten algebraïschen Ausdrucke, welcher die Entfernung zweier einander unendlich naher Punkte in allgemeinster Form darstellt, als seiner Grundannahme ausgeht, und daraus die Sätze über Beweglichkeit fester Raumgebilde herleitet, bin ich andererseits von der Thatsache der Beobachtung ausgegangen, dass in unserem Raume die Bewegung fester Raumgebilde mit demjenigen Grade von Freiheit möglich ist, den wir kennen, und habe aus dieser Thatsache die Nothwendigkeit jenes algebraïschen Ausdrucks hergeleitet, den Riemann als Axiom hinstellt. Die Annahmen, welche ich der Rechnung zu Grunde legen musste, waren die folgenden.

Zuerst, um überhaupt rechnende Behandlung möglich zu machen, muss vorausgesetzt werden, dass die Lage jedes Punktes A gegen gewisse als unveränderlich und fest betrachtete Raumgebilde durch Messungen von irgend welchen Raumgrössen, seien es Linien, oder Winkel zwischen Linien, oder Winkel zwischen Flächen u. s w., bestimmt werden könne. Bekanntlich nennt man die zur Bestimmung der Lage des Punktes A nöthigen Abmessungen

seine Coordinaten. Die Anzahl der im Allgemeinen zur vollständigen Bestimmung der Lage eines jeden Punktes nöthigen Coordinaten bestimmt die Anzahl der Dimensionen des betreffenden Raumes. Es wird weiter vorausgesetzt, dass bei Bewegung des Punktes A sich die als Coordinaten gebrauchten Raumgrössen continuirlich verändern.

Zweitens ist die Definition eines festen Körpers, beziehlich festen Punktsystems zu geben, wie sie nöthig ist, um Vergleichung von Raumgrössen durch Congruenz vornehmen zu können. Da wir hier noch keine speciellen Methoden zur Messung der Raumgrössen voraussetzen dürfen, so kann die Definition eines festen Körpers nur erst durch folgendes Merkmal gegeben werden: Zwischen den Coordinaten je zweier Punkte, die einem festen Körper angehören, muss eine Gleichung bestehen, die eine bei jeder Bewegung des Körpers unveränderte Raumbeziehung zwischen den beiden Punkten (welche sich schliesslich als ihre Entfernung ergiebt) ausspricht, und welche für congruente Punktpaare die gleiche ist. Congruent aber sind solche Punktpaare, die nach einander mit demselben im Raume festen Punktpaare zusammenfallen können.

Trotz ihrer anscheinend so unbestimmten Fassung ist diese Bestimmung äusserst folgenreich, weil bei Vermehrung der Punktzahl die Anzahl der Gleichungen viel schneller wächst, als die Zahl der durch sie bestimmten Coordinaten der Punkte. Fünf Punkte, A, B, C, D, E, geben zehn verschiedene Punktpaare:

$$\begin{array}{rrrr} AB, & AC, & AD, & AE, \\ & BC, & BD, & BE, \\ & & CD, & CE, \\ & & & DE, \end{array}$$

also zehn Gleichungen, die im Raume von drei Dimensionen fünfzehn veränderliche Coordinaten enthalten, von denen aber sechs frei verfügbar bleiben müssen, wenn das System der fünf Punkte frei beweglich und drehbar sein soll. Es dürfen also nur neun Coordinaten durch jene zehn Gleichungen bestimmt werden, als abhängig von jenen sechs veränderlichen. Bei sechs Punkten bekommen wir fünfzehn Gleichungen für zwölf veränderliche Grössen, bei 7 Punkten 21 Gleichungen für 15 Grössen u. s. w. Nun können wir aber aus n von einander unabhängigen Gleichungen n darin vorkommende Grössen bestimmen. Haben wir mehr als n Gleichungen, so müssen die überzähligen selbst herzuleiten sein aus den n ersten derselben. Daraus folgt, dass jene Gleichungen, welche zwi-

schen den Coordinaten jedes Punktpaares eines festen Körpers bestehen, von besonderer Art sein müssen, so dass, wenn sie im Raume von drei Dimensionen für neun aus je fünf Punkten gebildete Punktpaare erfüllt sind, aus ihnen die Gleichung für das zehnte Paar identisch folgt. Auf diesem Umstande beruht es, dass die genannte Annahme für die Definition der Festigkeit doch genügt, um die Art der Gleichungen zu bestimmen, welche zwischen den Coordinaten zweier fest mit einander verbundener Punkte bestehen.

Drittens ergab sich, dass noch eine besondere Eigenthümlichkeit der Bewegung fester Körper der Rechnung als Thatsache zu Grunde gelegt werden musste, eine Eigenthümlichkeit, welche uns so geläufig ist, dass wir ohne diese Untersuchung vielleicht nie darauf gefallen wären, sie als etwas zu betrachten, was auch nicht sein könnte. Wenn wir nämlich in unserem Raume von drei Dimensionen zwei Punkte eines festen Körpers festhalten, so kann er nur noch Drehungen um deren gerade Verbindungslinie als Drehungsaxe machen. Drehen wir ihn einmal ganz um, so kommt er genau wieder in die Lage, in der er sich zuerst befunden hatte. Dass nun Drehung ohne Umkehr jeden festen Körper immer wieder in seine Anfangslage zurückführt, muss besonders erwähnt werden. Es wäre eine Geometrie möglich, wo es nicht so wäre. Am einfachsten ist dies für die Geometrie der Ebene einzusehen. Man denke sich, dass bei jeder Drehung jeder ebenen Figur ihre linearen Dimensionen dem Drehungswinkel proportional wüchsen, so würde nach einer ganzen Drehung um 360 Grad die Figur nicht mehr ihrem Anfangszustande congruent sein. Uebrigens würde ihr aber jede zweite Figur, die ihr in der Anfangslage congruent war, auch in der zweiten Lage congruent gemacht werden können, wenn auch die zweite Figur um 360 Grad gedreht wird. Es würde ein consequentes System der Geometrie auch unter dieser Annahme möglich sein, welches nicht unter die Riemann'sche Form fällt.

Andererseits habe ich gezeigt, dass die aufgezählten drei Annahmen zusammengenommen ausreichend sind, um den von Riemann angenommenen Ausgangspunkt der Untersuchung zu begründen, und damit auch alle weiteren Ergebnisse von dessen Arbeit, die sich auf den Unterschied der verschiedenen Räume nach ihrem Krümmungsmaass beziehen.

Es liesse sich nun noch fragen, ob auch die Gesetze der Bewegung und ihrer Abhängigkeit von den bewegenden Kräften ohne Widerspruch auf die sphärischen oder pseudosphärischen Räume übertragen werden können. Diese Untersuchung ist von Herrn

Professor Lipschitz*) in Bonn durchgeführt worden. Es lässt sich in der That der zusammenfassende Ausdruck aller Gesetze der Dynamik, das Hamilton'sche Princip, direct auf Räume, deren Krümmungsmaass nicht gleich Null ist, übertragen. Also auch nach dieser Seite hin verfallen die abweichenden Systeme der Geometrie in keinen Widerspruch.

Wir werden nun weiter zu fragen haben, wo diese besonderen Bestimmungen herkommen, welche unseren Raum als ebenen Raum charakterisiren, da dieselben, wie sich gezeigt hat, nicht in dem allgemeinen Begriffe einer ausgedehnten Grösse von drei Dimensionen und freier Beweglichkeit der in ihr enthaltenen begrenzten Gebilde enthalten sind. Denknothwendigkeiten, die aus dem Begriffe einer solchen Mannigfaltigkeit und ihrer Messbarkeit, oder aus dem aller allgemeinsten Begriffe eines festen in ihr enthaltenen Gebildes und seiner freiesten Beweglichkeit herfliessen, sind sie nicht.

Wir wollen nun die entgegengesetzte Annahme, die sich über ihren Ursprung machen lässt, untersuchen, die Frage nämlich, ob sie empirischen Ursprungs seien, ob sie aus Erfahrungsthatsachen abzuleiten, durch solche zu erweisen, beziehlich zu prüfen und vielleicht auch zu widerlegen seien. Die letztere Eventualität würde dann auch einschliessen, dass wir uns Reihen beobachtbarer Erfahrungsthatsachen müssten vorstellen können, durch welche ein anderer Werth des Krümmungsmaasses angezeigt würde, als derjenige ist, den der ebene Raum des Euklides hat. Wenn aber Räume anderer Art in dem angegebenen Sinne vorstellbar sind, so wäre damit auch widerlegt, dass die Axiome der Geometrie nothwendige Folgen einer a priori gegebenen transcendentalen Form unserer Anschauungen im Kant'schen Sinne seien.

Der Unterschied der Euklidischen, sphärischen und pseudosphärischen Geometrie beruht, wie oben bemerkt, auf dem Werthe einer gewissen Constante, welche Riemann das Krümmungsmaass des betreffenden Raumes nennt, und deren Werth gleich Null sein muss, wenn die Axiome des Euklides gelten. Ist sie nicht gleich Null, so würden Dreiecke von grossem Flächeninhalte eine andere Winkelsumme haben müssen, als kleine, erstere im sphärischen Raume eine grössere, im pseudosphärischen eine kleinere. Ferner ist geometrische Aehnlichkeit grosser und kleiner Körper oder

*) Untersuchungen über die ganzen homogenen Functionen von n Differentialen. Borchardt's Journal für Mathematik, Bd. LXX, S. 71 und Bd. LXXII, S. 1. — Untersuchung eines Problems der Variationsrechnung, ebendas., Bd. LXXIV.

Figuren nur möglich im Euklidischen Raume. Alle Systeme praktisch ausgeführter geometrischer Messungen, bei denen die drei Winkel grosser geradliniger Dreiecke einzeln gemessen worden sind, also auch namentlich alle Systeme astronomischer Messungen, welche die Parallaxe der unmessbar weit entfernten Fixsterne gleich Null ergeben (im pseudosphärischen Raum müssten auch die unendlich entfernten Punkte positive Parallaxe haben), bestätigen empirisch das Axiom von den Parallelen, und zeigen, dass in unserem Raume und bei Anwendung unserer Messungsmethoden das Krümmungsmaass des Raumes als von Null ununterscheidbar erscheint. Freilich muss mit Riemann die Frage aufgeworfen werden, ob das sich nicht vielleicht anders verhalten würde, wenn wir statt unserer begrenzten Standlinien, deren grösste die grosse Axe der Erdbahn ist, grössere benutzen könnten.

Aber wir dürfen dabei nicht vergessen, dass alle geometrischen Messungen schliesslich auf dem Principe der Congruenz beruhen. Wir messen Entfernungen von Punkten, indem wir den Zirkel oder den Maassstab oder die Messkette zu ihnen hinbewegen. Wir messen Winkel, indem wir den getheilten Kreis oder den Theodolithen an den Scheitel des Winkels bringen. Daneben bestimmen wir gerade Linien auch durch den unserer Erfahrung nach geradlinigen Gang der Lichtstrahlen; aber dass das Licht sich längs kürzester Linien ausbreitet, so lange es in einem ungeänderten brechenden Medium bleibt, würde sich ebenso auch auf Räume von anderem Krümmungsmaass übertragen lassen. Alle unsere geometrischen Messungen beruhen also auf der Voraussetzung, dass unsere von uns für fest gehaltenen Messwerkzeuge wirklich Körper von unveränderlicher Form sind, oder dass sie wenigstens keine anderen Arten von Formveränderung erleiden, als diejenigen, die wir an ihnen kennen, wie z. B. die von geänderter Temperatur, oder von der bei geänderter Stellung anders wirkenden Schwere herrührenden kleinen Dehnungen.

Wenn wir messen, so führen wir nur mit den besten und zuverlässigsten uns bekannten Hilfsmitteln dasselbe aus, was wir sonst durch Beobachtung nach dem Augenmaass, dem Tastsinn, oder durch Abschreiten zu ermitteln pflegen. In den letzteren Fällen ist unser eigener Körper mit seinen Organen das Messwerkzeug, welches wir im Raume herumtragen. Bald ist die Hand, bald sind die Beine unser Zirkel, oder das nach allen Richtungen sich wendende Auge der Theodolith, mit dem wir Bogenlängen oder Flächenwinkel im Gesichtsfelde abmessen.

Jede Grössen vergleichende, sei es Schätzung, sei es Messung räumlicher Verhältnisse geht also von einer Voraussetzung über das physikalische Verhalten gewisser Naturkörper aus, sei es unseres eigenen Leibes, sei es der angewendeten Messinstrumente, welche Voraussetzung übrigens den höchsten Grad von Wahrscheinlichkeit haben und mit allen uns sonst bekannten physikalischen Verhältnissen in der besten Uebereinstimmung stehen mag, aber jedenfalls über das Gebiet der reinen Raumanschauungen hinausgreift.

Ja, es lässt sich ein bestimmtes Verhalten der uns als fest erscheinenden Körper angeben, bei welchem die Messungen im Euklidischen Raume so ausfallen würden, als wären sie im pseudosphärischen oder sphärischen Raume angestellt. Um dies einzusehen, erinnere ich zunächst daran, dass, wenn die sämmtlichen linearen Dimensionen der uns umgebenden Körper und die unseres eigenen Leibes mit ihnen in gleichem Verhältnisse, z. B. alle auf die Hälfte, verkleinert oder alle auf das Doppelte vergrössert würden, wir eine solche Aenderung durch unsere Mittel der Raumanschauung gar nicht würden bemerken können. Dasselbe würde aber auch der Fall sein, wenn die Dehnung oder Zusammenziehung nach verschiedenen Richtungen hin verschieden wäre, vorausgesetzt, dass unser eigener Leib in derselben Weise sich veränderte, und vorausgesetzt ferner, dass ein Körper, der sich drehte, in jedem Augenblick ohne mechanischen Widerstand zu erleiden oder auszuüben denjenigen Grad der Dehnung seiner verschiedenen Dimensionen annähme, der seiner zeitigen Lage entspricht. Man denke an das Abbild der Welt in einem Convexspiegel. Die bekannten versilberten Kugeln, welche in Gärten aufgestellt zu werden pflegen, zeigen die wesentlichen Erscheinungen eines solchen Bildes, wenn auch gestört durch einige optische Unregelmässigkeiten. Ein gut gearbeiteter Convexspiegel von nicht zu grosser Oeffnung zeigt das Spiegelbild jedes vor ihm liegenden Gegenstandes scheinbar körperlich und in bestimmter Lage und Entfernung hinter seiner Fläche. Aber die Bilder des fernen Horizontes und der Sonne am Himmel liegen in begrenzter Entfernung, welche der Brennweite des Spiegels gleich ist, hinter dem Spiegel. Zwischen diesen Bildern und der Oberfläche des Spiegels sind die Bilder aller anderen vor letzterem liegenden Objecte enthalten, aber so, dass die Bilder um so mehr verkleinert und um so mehr abgeplattet sind, je ferner ihre Objecte vom Spiegel liegen. Die Abplattung, das heisst die Verkleinerung der Tiefendimension, ist verhältnissmässig bedeutender als die Verkleinerung der Flächendimensionen. Dennoch wird

jede gerade Linie der Aussenwelt durch eine gerade Linie im Bilde, jede Ebene durch eine Ebene dargestellt. Das Bild eines Mannes, der mit einem Maassstab eine von dem Spiegel sich entfernende gerade Linie abmisst, würde immer mehr zusammenschrumpfen, je mehr das Original sich entfernt, aber mit seinem ebenfalls zusammenschrumpfenden Maassstab würde der Mann im Bilde genau dieselbe Zahl von Centimetern herauszählen, wie der Mann in der Wirklichkeit; überhaupt würden alle geometrischen Messungen, von Linien oder Winkeln mit den gesetzmässig veränderlichen Spiegelbildern der wirklichen Instrumente ausgeführt, genau dieselben Resultate ergeben wie die in der Aussenwelt, alle Congruenzen würden in den Bildern bei wirklicher Aneinanderlagerung der betreffenden Körper ebenso passen wie in der Aussenwelt, alle Visirlinien der Aussenwelt durch gerade Visirlinien im Spiegel ersetzt sein. Kurz, ich sehe nicht, wie die Männer im Spiegel herausbringen sollten, dass ihre Körper nicht feste Körper seien und ihre Erfahrungen gute Beispiele für die Richtigkeit der Axiome des Euklides. Könnten sie aber hinausschauen in unsere Welt, wie wir hineinschauen in die ihrige, ohne die Grenze überschreiten zu können, so würden sie unsere Welt für das Bild eines Convexspiegels erklären müssen und von uns gerade so reden, wie wir von ihnen, und wenn sich die Männer beider Welten mit einander besprechen könnten, so würde, soweit ich sehe, keiner den anderen überzeugen können, dass er die wahren Verhältnisse habe, der andere die verzerrten; ja ich kann nicht erkennen, dass eine solche Frage überhaupt einen Sinn hätte, so lange wir keine mechanischen Betrachtungen einmischen.

Nun ist Herrn Beltrami's Abbildung des pseudosphärischen Raumes in einer Vollkugel des Euklidischen Raumes von ganz ähnlicher Art, nur dass die Fläche des Hintergrundes nicht eine Ebene, wie bei dem Convexspiegel, sondern eine Kugelfläche ist, und das Verhältniss, in welchem sich die der Kugelfläche näher kommenden Bilder zusammenziehen, einen anderen mathematischen Ausdruck*) hat. Denkt man sich also umgekehrt, dass in der Kugel, für deren Innenraum die Axiome des Euklides gelten, sich Körper bewegen, die, wenn sie sich vom Mittelpunkte entfernen, sich jedesmal zusammenziehen, ähnlich den Bildern im Convexspiegel, und zwar sich in der Weise zusammenziehen, dass ihre im pseudosphärischen Raum construirten Abbilder unveränderte Di-

*) Siehe den Zusatz am Ende dieser Vorlesung.

mensionen behalten, so würden Beobachter, deren Leiber selbst dieser Veränderung regelmässig unterworfen wären, bei geometrischen Messungen, wie sie sie ausführen könnten, Ergebnisse erhalten, als lebten sie selbst im pseudosphärischen Raume.

Wir können von hier aus sogar noch einen Schritt weiter gehen; wir können daraus ableiten, wie einem Beobachter, dessen Augenmaass und Raumerfahrungen sich gleich den unserigen im ebenen Raume ausgebildet haben, die Gegenstände einer pseudosphärischen Welt erscheinen würden, falls er in eine solche eintreten könnte. Ein solcher Beobachter würde die Linien der Lichtstrahlen oder die Visirlinien seines Auges fortfahren als gerade Linien anzusehen, wie solche im ebenen Raume vorkommen, und wie sie in dem kugeligen Abbild des pseudosphärischen Raumes wirklich sind. Das Gesichtsbild der Objecte im pseudosphärischen Raume würde ihm deshalb denselben Eindruck machen, als befände er sich im Mittelpunkte des Beltrami'schen Kugelbildes. Er würde die entferntesten Gegenstände dieses Raumes in endlicher Entfernung*) rings um sich zu erblicken glauben, nehmen wir beispielsweise an, in hundert Fuss Abstand. Ginge er aber auf diese entfernten Gegenstände zu, so würden sie sich vor ihm dehnen, und zwar noch mehr nach der Tiefe, als nach der Fläche; hinter ihm aber würden sie sich zusammenziehen. Er würde erkennen, dass er nach dem Augenmaass falsch geurtheilt hat. Sähe er zwei gerade Linien, die sich nach seiner Schätzung miteinander parallel bis auf diese Entfernung von 100 Fuss, wo ihm die Welt abgeschlossen erscheint, hinausziehen, so würde er, ihnen nachgehend, erkennen, dass sie bei dieser Dehnung der Gegenstände, denen er sich nähert, aus einander rücken, je mehr er an ihnen vorschreitet; hinter ihm dagegen würde ihr Abstand zu schwinden scheinen, so dass sie ihm beim Vorschreiten immer mehr divergent und immer entfernter von einander erscheinen würden. Zwei gerade Linien aber, die vom ersten Standpunkte aus nach einem und demselben Punkte des Hintergrundes in hundert Fuss Entfernung zu convergiren scheinen, würden dies immer thun, so weit er ginge und er würde ihren Schnittpunkt nie erreichen.

Nun können wir ganz ähnliche Bilder unserer wirklichen Welt erhalten, wenn wir eine grosse Convexlinse von entsprechender negativer Brennweite vor die Augen nehmen, oder auch nur zwei convexe Brillengläser, die etwas prismatisch geschliffen sein müss-

*) Das reciproke, negative Quadrat dieser Entfernung wäre das Krümmungsmaass des pseudosphärischen Raumes.

ten, als wären sie Stücke aus einer zusammenhängenden grösseren Linse. Solche zeigen uns ebenso, wie die oben erwähnten Convexspiegel, die fernen Gegenstände genähert, die fernsten bis zur Entfernung des Brennpunktes der Linse. Wenn wir mit einer solchen Linse vor den Augen herumgehen, gehen ganz ähnliche Dehnungen der Gegenstände vor, auf die wir zugehen, wie ich sie für den pseudosphärischen Raum beschrieben habe. Wenn nun Jemand eine solche Linse vor die Augen nimmt, nicht einmal von hundert Fuss, sondern eine viel stärkere von nur sechzig Zoll Brennweite, so merkt er im ersten Augenblicke vielleicht, dass er die Gegenstände genähert sieht. Aber nach wenigem Hin- und Hergehen schwindet die Täuschung, und er beurtheilt trotz der falschen Bilder die Entfernungen richtig. Wir haben allen Grund zu vermuthen, dass es uns im pseudosphärischen Raume bald genug ebenso gehen würde, wie es bei einem angehenden Brillenträger nach wenigen Stunden schon der Fall ist; kurz der pseudosphärische Raum würde uns verhältnissmässig gar nicht sehr fremdartig erscheinen, wir würden uns nur in der ersten Zeit bei der Abmessung der Grösse und Entfernung fernerer Gegenstände nach ihrem Gesichtseindruck Täuschungen unterworfen finden.

Die entgegengesetzten Täuschungen würde ein sphärischer Raum von drei Dimensionen mit sich bringen, wenn wir mit dem im Euklidischen Raume erworbenen Augenmaasse in ihn eintreten. Wir würden entferntere Gegenstände für entfernter und grösser halten, als sie sind; wir würden auf sie zugehend finden, dass wir sie schneller erreichen, als wir nach dem Gesichtsbilde annehmen mussten. Wir würden aber auch Gegenstände vor uns sehen, die wir nur mit divergirenden Gesichtslinien fixiren können; dies würde bei allen denjenigen der Fall sein, welche von uns weiter als ein Quadrant eines grössten Kreises entfernt sind. Diese Art des Anblicks würde uns kaum sehr ungewöhnlich vorkommen, denn wir können denselben auch für irdische Gegenstände hervorbringen, wenn wir vor das eine Auge ein schwach prismatisches Glas nehmen, dessen dickere Seite zur Nase gekehrt ist. Auch dann müssen wir die Augen divergent stellen, um entfernte Gegenstände zu fixiren. Das erregt ein gewisses Gefühl ungewohnter Anstrengung in den Augen, ändert aber nicht merklich den Anblick der so gesehenen Gegenstände. Den seltsamsten Theil des Anblicks der sphärischen Welt würde aber unser eigener Hinterkopf bilden, in dem alle unsere Gesichtslinien wieder zusammenlaufen würden, so weit sie zwischen anderen Gegenständen frei durchgehen können, und

welcher den äussersten Hintergrund des ganzen perspectivischen Bildes ausfüllen müsste.

Dabei ist freilich noch weiter zu bemerken, dass, wie eine kleine ebene elastische Scheibe, etwa eine kleine ebene Kautschukplatte, einer schwach gewölbten Kugelfläche nur unter relativer Contraction ihres Randes und Dehnung ihrer Mitte angepasst werden kann, so auch unser im Euklidischen ebenen Raum gewachsener Körper nicht in einen gekrümmten Raum übergehen könnte ohne ähnliche Dehnungen und Zusammenpressungen seiner Theile zu erleiden, deren Zusammenhang natürlich nur so weit erhalten bleiben könnte, als die Elasticität der Theile ein Nachgeben ohne Reissen und Brechen erlaubte. Die Art der Dehnung würde dieselbe sein müssen, als wenn wir uns im Mittelpunkte von Beltrami's Kugel einen kleinen Körper dächten, und von diesem dann auf sein pseudosphärisches oder sphärisches Abbild übergingen. Damit ein solcher Uebergang als möglich erscheine, wird immer vorausgesetzt werden müssen, dass der übergehende Körper hinreichend elastisch und klein sei im Vergleich mit dem reellen oder imaginären Krümmungsradius des gekrümmten Raumes, in den er übergehen soll.

Es wird dies genügen um zu zeigen, wie man auf dem eingeschlagenen Wege aus den bekannten Gesetzen unserer sinnlichen Wahrnehmungen die Reihe der sinnlichen Eindrücke herleiten kann, welche eine sphärische oder pseudosphärische Welt uns geben würde, wenn sie existirte. Auch dabei treffen wir nirgends auf eine Unfolgerichtigkeit oder Unmöglichkeit, ebenso wenig wie in der rechnenden Behandlung der Maassverhältnisse. Wir können uns den Anblick einer pseudosphärischen Welt ebenso gut nach allen Richtungen hin ausmalen, wie wir ihren Begriff entwickeln können. Wir können deshalb auch nicht zugeben, dass die Axiome unserer Geometrie in der gegebenen Form unseres Anschauungsvermögens begründet wären, oder mit einer solchen irgendwie zusammenhingen.

Anders ist es mit den drei Dimensionen des Raumes. Da alle unsere Mittel sinnlicher Anschauung sich nur auf einen Raum von drei Dimensionen erstrecken, und die vierte Dimension nicht bloss eine Abänderung von Vorhandenem, sondern etwas vollkommen Neues wäre, so befinden wir uns schon wegen unserer körperlichen Organisation in der absoluten Unmöglichkeit, uns eine Anschauungsweise einer vierten Dimension vorzustellen.

Schliesslich möchte ich nun noch hervorheben, dass die geometrischen Axiome gar nicht Sätze sind, die nur der reinen Raum-

lehre angehörten. Sie sprechen, wie ich schon erwähnt habe, von Grössen. Von Grössen kann man nur reden, wenn man irgend welches Verfahren kennt und im Sinne hat, nach dem man diese Grössen vergleichen, in Theile zerlegen und messen kann. Alle Raummessung und daher überhaupt alle auf den Raum angewendeten Grössenbegriffe setzen also die Möglichkeit der Bewegung von Raumgebilden voraus, deren Form und Grösse man trotz der Bewegung für unveränderlich halten darf. Solche Raumformen pflegt man in der Geometrie allerdings nur als geometrische Körper, Flächen, Winkel, Linien zu bezeichnen, weil man von allen anderen Unterschieden physikalischer und chemischer Art, welche die Naturkörper zeigen, abstrahirt; aber man bewahrt doch die eine physikalische Eigenschaft derselben, die Festigkeit. Für die Festigkeit der Körper und Raumgebilde haben wir aber kein anderes Merkmal, als dass sie, zu jeder Zeit und an jedem Orte und nach jeder Drehung aneinandergelegt, immer wieder dieselben Congruenzen zeigen, wie vorher. Ob sich aber die aneinander gelegten Körper nicht selbst beide in gleichem Sinne verändert haben, können wir auf rein geometrischem Wege, ohne mechanische Betrachtungen hinzuzunehmen, gar nicht entscheiden.

Wenn wir es zu irgend einem Zwecke nützlich fänden, könnten wir in vollkommen folgerichtiger Weise den Raum, in welchem wir leben, als den scheinbaren Raum hinter einem Convexspiegel mit verkürztem und zusammengezogenem Hintergrunde betrachten; oder wir könnten eine abgegrenzte Kugel unseres Raumes, jenseits deren Grenzen wir nichts mehr wahrnehmen, als den unendlichen pseudosphärischen Raum betrachten. Wir müssten dann nur den Körpern, welche uns als fest erscheinen, und ebenso unserem eigenen Leibe gleichzeitig die entsprechenden Dehnungen und Verkürzungen zuschreiben, und würden allerdings das System unserer mechanischen Principien gleichzeitig gänzlich verändern müssen; denn schon der Satz, dass jeder bewegte Punkt, auf den keine Kraft wirkt, sich in gerader Linie mit unveränderter Geschwindigkeit fortbewegt, passt auf das Abbild der Welt im Convexspiegel nicht mehr. Die Bahnlinie wäre zwar noch gerade, aber die Geschwindigkeit abhängig vom Orte.

Die geometrischen Axiome sprechen also gar nicht über Verhältnisse des Raumes allein, sondern gleichzeitig auch über das mechanische Verhalten unserer festesten Körper bei Bewegungen. Man könnte freilich auch den Begriff des festen geometrischen Raumgebildes als einen transcendentalen Begriff auffassen, der un-

abhängig von wirklichen Erfahrungen gebildet wäre, und dem diese nicht nothwendig zu entsprechen brauchten, wie ja unsere Naturkörper thatsächlich ganz rein und ungestört nicht einmal denjenigen Begriffen entsprechen, die wir auf dem Wege der Induction von ihnen abstrahirt haben. Unter Hinzunahme eines solchen nur als Ideal concipirten Begriffs der Festigkeit könnte dann ein strenger Kantianer allerdings die geometrischen Axiome als a priori durch transcendentale Anschauung gegebene Sätze betrachten, die durch keine Erfahrung bestätigt oder widerlegt werden könnten, weil man erst nach ihnen zu entscheiden hätte, ob irgend welche Naturkörper als feste Körper zu betrachten seien. Dann müssten wir aber behaupten, dass unter dieser Auffassung die geometrischen Axiome gar keine synthetischen Sätze im Sinne Kant's wären. Denn sie würden dann nur etwas aussagen, was aus dem Begriffe der zur Messung nothwendigen festen geometrischen Gebilde analytisch folgen würde, da als feste Gebilde nur solche anerkannt werden könnten, die jenen Axiomen genügen.

Nehmen wir aber zu den geometrischen Axiomen noch Sätze hinzu, die sich auf die mechanischen Eigenschaften der Naturkörper beziehen, wenn auch nur den Satz von der Trägheit, oder den Satz, dass die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Körper unter übrigens gleichbleibenden Einflüssen nicht vom Orte, wo sie sich befinden, abhängen können, dann erhält ein solches System von Sätzen einen wirklichen Inhalt, der durch Erfahrung bestätigt oder widerlegt werden, eben deshalb aber auch durch Erfahrung gewonnen werden kann.

Uebrigens ist es natürlich nicht meine Absicht, zu behaupten, dass die Menschheit erst durch sorgfältig ausgeführte Systeme genauer geometrischer Messungen Anschauungen des Raumes, die den Axiomen des Euklides entsprechen, gewonnen habe. Es musste vielmehr eine Reihe alltäglicher Erfahrungen, namentlich die Anschauung von der geometrischen Aehnlichkeit grosser und kleiner Körper, welche nur im ebenen Raume möglich ist, darauf führen jede geometrische Anschauung, die dieser Thatsache widersprach, als unmöglich zu verwerfen. Dazu war keine Erkenntniss des begrifflichen Zusammenhanges zwischen der beobachteten Thatsache geometrischer Aehnlichkeit und den Axiomen nöthig, sondern nur durch zahlreiche und genaue Beobachtungen von Raumverhältnissen gewonnene anschauliche Kenntniss ihres typischen Verhaltens, eine solche Art der Anschauung, wie sie der Künstler von den darzustellenden Gegenständen besitzt, und mittels deren er sicher

und fein entscheidet, ob eine versuchte neue Combination der Natur des darzustellenden Gegenstandes entspricht, oder nicht. Das wissen wir zwar in unserer Sprache auch mit keinem anderen Namen als dem der „Anschauung" zu bezeichnen; aber es ist dies eine empirische durch Häufung und Verstärkung gleichartig wiederkehrender Eindrücke in unserem Gedächtniss gewonnene Kenntniss, keine transcendentale und vor aller Erfahrung gegebene Anschauungsform. Dass dergleichen empirisch erlangte und noch nicht zur Klarheit des bestimmt ausgesprochenen Begriffs durchgearbeitete Anschauungen eines typischen gesetzlichen Verhaltens häufig genug den Metaphysikern als a priori gegebene Sätze imponirt haben, brauche ich hier nicht weiter zu erörtern.

Zusatz.

Mathematische Erläuterungen.

Die Grundzüge der Geometrie der sphärischen Räume von drei Dimensionen erhält man am leichtesten, wenn man für den Raum von vier Dimensionen die der Kugel entsprechende Gleichung aufstellt:

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = R^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

und für die Entfernung ds zwischen den Punkten $[x, y, z, t]$ und $[(x + dx), (y + dy), (z + dz), (t + dt)]$ den Werth

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dt^2 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Man überzeugt sich leicht mittels derselben Methoden, welche man für drei Dimensionen anwendet, dass kürzeste Linien gegeben sind durch Gleichungen von der Form

$$\left.\begin{array}{l} ax + by + cz + ft = 0 \\ \alpha x + \beta y + \gamma z + \varphi t = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

wo a, b, c, f ebenso wie $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ Constanten sind.

Die Länge des kürzesten Bogens s zwischen den Punkten (x, y, z, t) und (ξ, η, ζ, τ) ergiebt sich, wie auf der Kugel, durch die Gleichung

$$\cos\left(\frac{s}{R}\right) = \frac{x\xi + y\eta + z\zeta + t\tau}{R^2} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Aus den in 2) bis 4) gegebenen Werthen ist eine der Coordinaten durch die Gleichung 1) zu eliminiren, dann beziehen sich die Ausdrücke auf einen sphärischen Raum von drei Dimensionen.

Nimmt man die Entfernungen von dem Punkte

$$\xi = \eta = \zeta = 0,$$

woraus wegen der Gleichung 1) folgt $\tau = R$, so wird

$$sin\left(\frac{s_0}{R}\right) = \frac{\sigma}{R},$$

worin $\sigma = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

oder

$$s_0 = R \,.\, arc.\, sin.\left(\frac{\sigma}{R}\right) = R \,.\, arc.\, tang.\left(\frac{\sigma}{t}\right) \quad . \quad . \quad 5)$$

Hierin bezeichnet s_0 die vom Anfangspunkt der Coordinaten ab gemessene Entfernung des Punktes x, y, z.

Wenn wir nun den Punkt x, y, z des sphärischen Raumes uns abgebildet denken in dem Punkte eines ebenen Raumes, dessen Coordinaten beziehlich sind

$$\mathfrak{x} = \frac{Rx}{t},\ \mathfrak{y} = \frac{Ry}{t},\ \mathfrak{z} = \frac{Rz}{t},$$

$$\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 + \mathfrak{z}^2 = \mathfrak{r}^2 = \frac{R^2\,\sigma^2}{t^2},$$

so sind in diesem ebenen Raume die Gleichungen 3), welche kürzesten Linien des sphärischen Raumes angehören, Gleichungen gerader Linien. Es sind also die kürzesten Linien des sphärischen Raumes in dem System der $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ durch gerade Linien abgebildet. Für sehr kleine Werthe von x, y, z wird $t = R$ und

$$\mathfrak{x} = x,\ \mathfrak{y} = y,\ \mathfrak{z} = z.$$

Unmittelbar um den Anfangspunkt der Coordinaten also fallen die Abmessungen beider Räume zusammen. Andererseits ergiebt sich für die Abstände vom Mittelpunkt

$$s_0 = R \,.\, arc.\, tang.\left(\pm \frac{\mathfrak{r}}{R}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Es kann hierin $\mathfrak{r}$ unendlich werden, aber jeder Punkt des ebenen Raumes muss zwei Punkte der Kugel abbilden, einen, für den $s_0 < {}^1/_2\, R\pi$ ist, und einen, für den $s_0 > {}^1/_2\, R\pi$ ist. Die Dehnung in Richtung des $\mathfrak{r}$ ist dabei

$$\frac{ds_0}{d\mathfrak{r}} = \frac{R^2}{R^2 + \mathfrak{r}^2}.$$

Um die entsprechenden Ausdrücke für den pseudosphärischen Raum zu erhalten, setze man R und t imaginär, nämlich $R = \mathfrak{R}i$ und $t = \mathfrak{t}i$. Dann ergiebt Gleichung 6)

$$tang.\ \frac{s_0}{i\mathfrak{R}} = \pm \frac{\mathfrak{r}}{i\mathfrak{R}},$$

was nach Beseitigung der imaginären Form ergiebt

$$s_0 = \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{R}\ log.nat.\left(\frac{\mathfrak{R} + \mathfrak{r}}{\mathfrak{R} - \mathfrak{r}}\right).$$

Hierin hat s_0 reelle Werthe nur so lange, als $\mathfrak{r} < \mathfrak{R}$, für $\mathfrak{r} = \mathfrak{R}$ wird die Entfernung s_0 im pseudosphärischen Raume unendlich gross. Das Bild im ebenen Raume ist dagegen nur in der Kugel vom Radius $\mathfrak{R}$ enthalten, und jeder Punkt dieser Kugel bildet nur einen Punkt des unendlichen pseudosphärischen Raumes ab. Die Dehnung in Richtung des $\mathfrak{r}$ ist

$$\frac{d\,s_0}{d\mathfrak{r}} = \frac{\mathfrak{R}^2}{\mathfrak{R}^2 - \mathfrak{r}^2}.$$

Für Linienelemente dagegen, deren Richtung senkrecht zu $\mathfrak{r}$ ist, für welche also t unverändert bleibt, wird in beiden Fällen

$$\frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{\sqrt{d\mathfrak{x}^2 + d\mathfrak{y}^2 + d\mathfrak{z}^2}} = \frac{t}{R} = \frac{\mathfrak{t}}{\mathfrak{R}} = \frac{\sigma}{\mathfrak{r}}$$

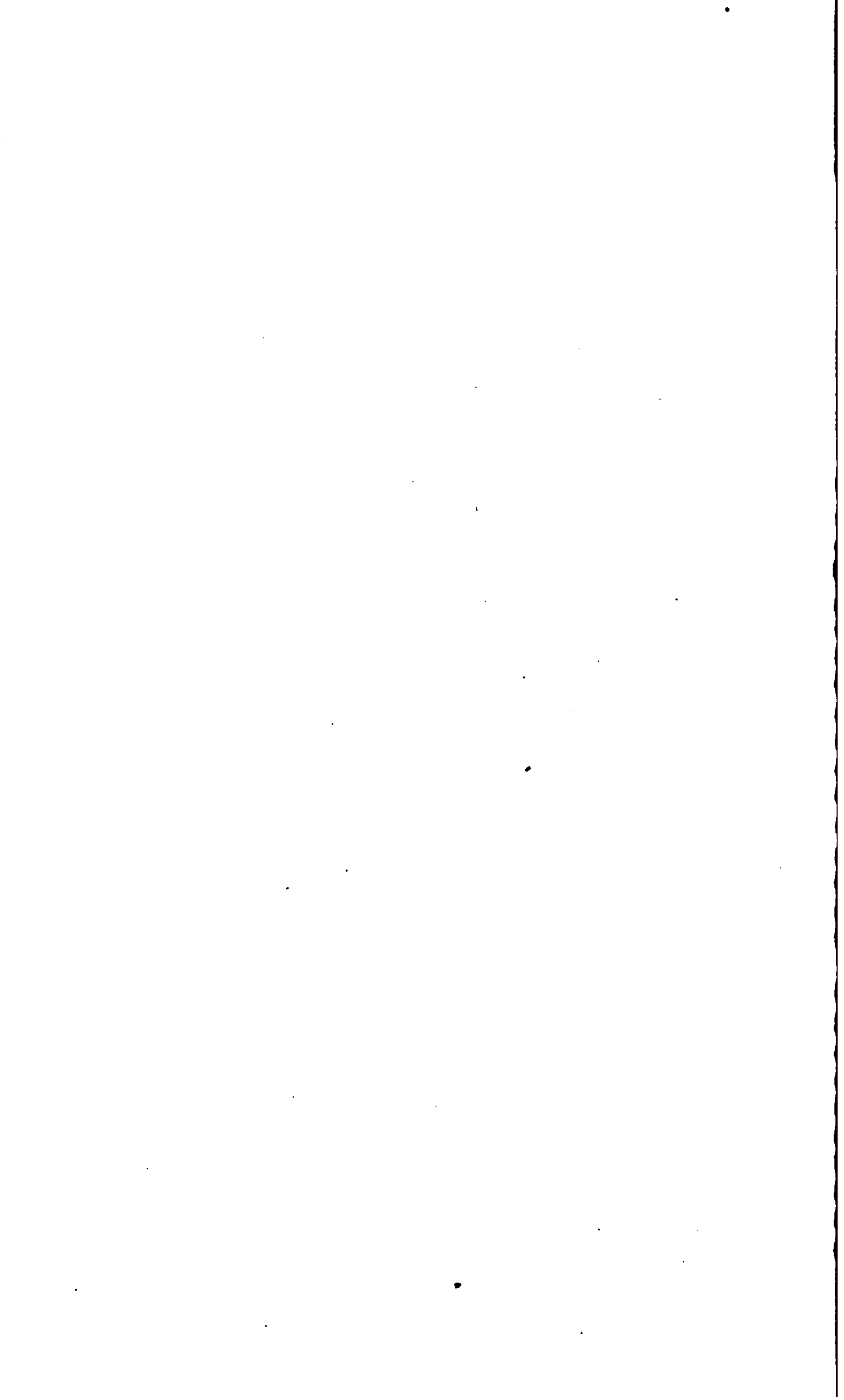
$$= \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 + \mathfrak{z}^2}}.$$

OPTISCHES ÜBER MALEREI.

Umarbeitung

von

Vorträgen, die in Berlin, Düsseldorf und Cöln gehalten worden sind.



Hochgeehrte Versammlung!

Ich fürchte, dass meine Ankündigung, über einen Zweig der bildenden Kunst sprechen zu wollen, bei manchen meiner Zuhörer ein gewisses Befremden erregt hat. In der That muss ich voraussetzen, dass Viele unter Ihnen sich reichere Anschauungen von Kunstwerken eingesammelt, eingehendere kunsthistorische Studien gemacht haben, als ich für mich in Anspruch nehmen kann, oder dass sie sogar in eigenhändiger Ausübung der Kunst sich praktische Erfahrung erworben haben, welche mir gänzlich abgeht. Ich bin zu meinen Kunststudien auf einem wenig betretenen Umwege, nämlich durch die Physiologie der Sinne, gelangt und kann also denen gegenüber, welche schon längst wohl bekannt und wohl bewandert in dem schönen Lande der Kunst sind, mich nur mit einem Wanderer vergleichen, der seinen Eintritt über ein steiles und steiniges Grenzgebirge gemacht, dabei aber auch manchen Aussichtspunkt erreicht hat, von dem herab sich eine gute Ueberschau darbot. Wenn ich Ihnen also berichte, was ich erkannt zu haben glaube, so geschieht es meinerseits unter dem Vorbehalte, jeder Belehrung durch Erfahrenere zugänglich bleiben zu wollen.

In der That bietet das physiologische Studium der Art und Weise, wie unsere Sinneswahrnehmungen zu Stande kommen, wie die von aussen kommenden Eindrücke in unseren Nerven verlaufen, wie der Zustand der letzteren selbst dadurch verändert wird, mannigfache Berührungspunkte mit der Theorie der schönen Künste. Ich habe bei einer früheren Gelegenheit versucht solche Beziehungen zwischen der Physiologie des Gehörsinns und der Theorie der Musik darzulegen. Da sind dieselben besonders auffällig und deutlich, weil die elementaren Formen der musikalischen Gestaltung viel reiner von dem Wesen und den Eigenthümlichkeiten unserer Empfindungen abhängen, als dies in den übrigen Künsten

der Fall ist, bei denen die Art des zu verwendenden Materials und der darzustellenden Gegenstände sich viel einflussreicher geltend macht. Doch ist auch in diesen anderen Zweigen der Kunst die besondere Empfindungsweise desjenigen Sinnesorgans, durch welches der Eindruck aufgenommen wird, nicht ohne Bedeutung, und die theoretische Einsicht in die Leistungen derselben und in die Motive ihres Verfahrens wird nicht vollständig sein können, wenn man dieses physiologische Element nicht berücksichtigt. Nächst der Musik scheint es mir in der Malerei besonders hervorzutreten, und dies ist der Grund, warum ich mir die Malerei heute zum Gegenstande meines Vortrags gewählt habe.

Der nächste Zweck des Malers ist, durch seine farbige Tafel in uns eine lebhafte Gesichtsanschauung derjenigen Gegenstände hervorzurufen, die er darzustellen versucht hat. Es handelt sich also darum eine Art optischer Täuschung zu Stande zu bringen, nicht zwar in dem Maasse, dass wir wie die Vögel, die an den gemalten Weinbeeren des Apelles pickten, glauben sollen, es sei in Wirklichkeit nicht das Gemälde, sondern es seien die dargestellten Gegenstände vorhanden, aber doch in so weit, dass die künstlerische Darstellung in uns eine Vorstellung dieser Gegenstände hervorrufe, so lebensvoll und sinnlich kräftig, als hätten wir sie in Wirklichkeit vor uns. Das Studium der sogenannten Sinnestäuschungen ist aber ein hervorragend wichtiger Theil der Physiologie der Sinne, weil gerade solche Fälle, wo äussere Eindrücke in uns Vorstellungen erregen, die der Wirklichkeit nicht entsprechen, besonders lehrreich sind für die Auffindung der Gesetze derjenigen Vorgänge und Mittel, durch welche die normalen Wahrnehmungen zu Stande kommen. Wir müssen die Künstler als Individuen betrachten, deren Beobachtung sinnlicher Eindrücke vorzugsweise fein und genau, deren Gedächtniss für die Bewahrung der Erinnerungsbilder solcher Eindrücke vorzugsweise treu ist. Was die in dieser Hinsicht bestbegabten Männer in langer Ueberlieferung und durch zahllose nach allen Richtungen hin gewendete Versuche an Mitteln und Methoden der Darstellung gefunden haben, bilden eine Reihe wichtiger und bedeutsamer Thatsachen, welche der Physiolog, der hier vom Künstler zu lernen hat, nicht vernachlässigen darf. Namentlich über die Frage, welche Theile und Verhältnisse unserer Gesichtseindrücke es vorzugsweise sind, die unsere Vorstellung von dem Gesehenen bestimmen, welche andere dagegen zurücktreten, wird das Studium der Kunstwerke wichtige Aufschlüsse geben können. Erstere wird der Künstler, soweit es inner

halb der Schranken seines Thuns möglich ist, zu bewahren suchen müssen auf Kosten der letzteren.

In diesem Sinne wird aufmerksame Betrachtung der Werke grosser Meister ebenso der physiologischen Optik, als die Aufsuchung der Gesetze der Sinnesempfindungen und sinnlichen Wahrnehmungen der Theorie der Kunst, d. h. dem Verständniss ihrer Wirkungen, förderlich sein können.

Allerdings handelt es sich bei diesen Untersuchungen nicht um eine Besprechung der letzten Aufgaben und Ziele der Kunst, sondern nur um eine Erörterung der Wirksamkeit der elementaren Mittel, mit denen sie arbeitet. Aber selbstverständlich wird die Kenntniss der letzteren die unumgängliche Grundlage auch für die Lösung der tiefer eindringenden Fragen bilden müssen, wenn man die Aufgaben, welche die Künstler zu lösen haben, und die Wege, auf welchen sie ihr Ziel zu erreichen suchen, verstehen will.

Ich brauche auch wohl nicht hervorzuheben, weil es sich nach dem Gesagten von selbst versteht, dass es meine Absicht nicht ist Vorschriften zu finden, nach denen die Künstler handeln sollten. Ich halte es überhaupt für ein Missverständniss, dass irgend welche ästhetische Untersuchungen dies jemals leisten könnten, aber es ist ein Missverständniss, welches diejenigen, die nur für praktische Ziele Sinn haben, sehr gewöhnlich begehen.

I. Die Formen.

Der Maler sucht im Gemälde ein Bild äusserer Gegenstände zu geben. Die erste Aufgabe unserer Untersuchung wird sein nachzusehen, welchen Grad und welche Art von Aehnlichkeit er denn überhaupt erreichen kann, und welche Grenzen ihm darin durch die Natur seines Verfahrens gesteckt sind. Der ungebildete Beschauer verlangt in der Regel Nichts, als täuschende Naturwahrheit; je mehr diese erreicht ist, desto mehr ergötzt er sich an dem Gemälde. Ein Beschauer dagegen, der seinen Geschmack an Kunstwerken feiner ausgebildet hat, wird, sei es bewusst oder unbewusst, Mehr und Anderes verlangen. Er wird eine getreue Copie roher Natur höchstens als ein Kunststück betrachten. Um ihn zu befriedigen wird eine künstlerische Auswahl, Anordnung und selbst

Idealisirung der dargestellten Gegenstände nöthig sein. Die menschlichen Figuren im Kunstwerk werden nicht die alltäglicher Menschen sein dürfen, wie wir sie auf Photographien sehen, sondern ausdrucksvoll und charakteristisch entwickelte, wo möglich schöne Gestalten, die vielleicht keinem lebenden oder gelebt habenden Individuum angehören, sondern nur einem solchen, wie es leben könnte, und wie es sein müsste, um irgend eine Seite des menschlichen Wesens in recht voller und ungestörter Entwickelung zur lebendigen Anschauung zu bringen.

Wenn aber auch der Künstler nur solche idealisirte Typen, sei es von Menschen, sei es von anderen Naturobjecten, in ausgewählter Anordnung darzustellen hat, sollte das Gemälde nicht wenigstens eine wirklich vollkommen und unmittelbar getreue Abbildung derselben sein müssen, wie sie erscheinen würden, wenn sie irgendwo und wann in das Leben träten?

Diese getreue Abbildung kann, da das Gemälde auf ebener Fläche auszuführen ist, selbstverständlich nur eine getreue perspectivische Ansicht der darzustellenden Objecte sein. Indessen unser Auge, welches seinen optischen Leistungen nach einer Camera obscura, dem bekannten Instrumente der Photographen, gleich steht, giebt auf der Netzhaut, die seine lichtempfindliche Platte ist, auch nur perspectivische Ansichten der Aussenwelt, welche feststehen, wie die Zeichnung auf einem Gemälde, so lange der Standpunkt des sehenden Auges nicht verändert wird. Und so kann man denn in der That, wenn wir zunächst bei den Formen der gesehenen Gegenstände stehen bleiben und von der Betrachtung der Farben vorläufig absehen, durch eine richtig ausgeführte perspectivische Zeichnung einem Auge des Beschauers, welches sie von einem richtig gewählten Standpunkte aus betrachtet, dieselben Formen des Gesichtsbildes zeigen, wie die Betrachtung der dargestellten Objecte von entsprechendem Standpunkte aus demselben Auge gewähren würde.

Aber abgesehen davon, dass jede Bewegung des Beobachters, wobei sein Auge den Ort ändert, andere Verschiebungen des gesehenen Netzhautbildes hervorbringen wird, wenn er vor den Objecten, als wenn er vor dem Gemälde steht, so konnte ich soeben nur immer von e i n e m Auge des Beschauers sprechen, für welches die Gleichheit des Eindrucks herzustellen ist; wir sehen aber die Welt mit z w e i Augen an, welche etwas verschiedene Orte im Raume einnehmen und für welche sich deshalb die vor uns befindlichen Gegenstände in zwei etwas verschiedenen perspectivischen Ansich-

ten zeigen. Gerade in dieser Verschiedenheit der Bilder beider Augen liegt eines der wichtigsten Momente zur richtigen Beurtheilung der Entfernung der Gegenstände von unserem Auge und ihrer nach der Tiefe des Raumes hin sich erstreckenden Ausdehnung und gerade dieses fehlt dem Maler oder kehrt sich selbst wider ihn, indem bei zweiäugigem Sehen das Gemälde sich unserer Wahrnehmung unzweideutig als ebene Tafel aufdrängt.

Sie werden Alle die wunderbare Lebendigkeit kennen, welche die körperliche Form der dargestellten Gegenstände bei der Betrachtung guter stereoskopischer Bilder im Stereoskop gewinnt, eine Art der Lebendigkeit, welche jedem einzelnen dieser Bilder, ausserhalb des Stereoskops gesehen, nicht zukommt. Am auffallendsten und lehrreichsten ist die Täuschung an einfachen Linienfiguren, Krystallmodellen und dergleichen, bei denen jedes andere Moment der Täuschung wegfällt. Der Grund für diese Täuschung durch das Stereoskop liegt eben darin, dass wir mit zwei Augen sehend die Welt gleichzeitig von etwas verschiedenen Standpunkten betrachten und dadurch zwei etwas verschiedene perspectivische Bilder derselben gewinnen. Wir sehen mit dem rechten Auge von der rechten Seite eines vor uns liegenden Objectes etwas mehr und auch von den rechts hinter ihm liegenden Gegenständen etwas mehr als mit dem linken Auge, und umgekehrt mit diesem mehr von der linken Seite jedes Objects und von dem hinter seinem linken Rande liegenden, theilweise verdeckten Hintergrunde. Ein flaches Gemälde aber zeigt dem rechten Auge absolut dasselbe Bild und alle darauf dargestellten Gegenstände ebenso, wie dem linken. Verfertigt man dagegen für jedes Auge ein anderes Bild, wie das betreffende Auge nach dem Gegenstande selbst blickend es sehen würde, und combinirt beide Bilder im Stereoskop, so dass jedes Auge das ihm zukommende Bild sieht, so entsteht, was die Formen des Gegenstandes betrifft, genau derselbe sinnliche Eindruck in beiden Augen, wie ihn dieser selbst geben würde. Indem wir mit beiden Augen dagegen nach einer Zeichnung oder einem Gemälde sehen, erkennen wir ebenso sicher, dass dies eine Darstellung auf ebener Fläche sei, unterschieden von derjenigen, die der wirkliche Gegenstand beiden Augen zugleich zeigen würde. Daher die bekannte Steigerung der Lebendigkeit eines Gemäldes, wenn man es nur mit einem Auge betrachtet, und zugleich still stehend und durch eine dunkle Röhre blickend die Vergleichung seiner Entfernung mit der anderer benachbarter Gegenstände des Zimmers ausschliesst. Zu bemerken ist nämlich, dass, wie man gleichzeitig

mit beiden Augen gesehene verschiedene Bilder zur Tiefenwahrnehmung benutzt, so auch die bei Bewegungen des Körpers nach einander von verschiedenen Orten aus gesehenen Bilder desselben Auges zu demselben Zwecke dienen. So wie man sich bewegt, sei es gehend, sei es fahrend, verschieben sich die näheren Gegenstände scheinbar gegen die ferneren; jene scheinen rückwärts zu eilen, diese mit uns zu gehen. Dadurch kommt eine viel bestimmtere Unterscheidung des Nahen und Fernen zu Stande, als uns das einäugige Sehen von unveränderter Stelle aus jemals gewähren kann. Wenn wir uns aber dem Gemälde gegenüber bewegen, so drängt sich uns eben deshalb stärker die sinnliche Wahrnehmung auf, dass es eine ebene Tafel, an der Wand hängend, sei, als wenn wir es stillstehend betrachten. Einem entfernteren grossen Gemälde gegenüber werden alle diese Momente, welche im zweiäugigen Sehen und in der Bewegung des Körpers liegen, unwirksamer, weil bei sehr entfernten Objecten die Unterschiede zwischen den Bildern beider Augen oder zwischen den Ansichten von benachbarten Standpunkten aus kleiner werden. Grosse Gemälde geben deshalb eine weniger gestörte Anschauung ihres Gegenstandes, als kleine, während doch der Eindruck auf das einzelne ruhende unbewegte Auge von einem kleinen nahen Gemälde genau der gleiche sein könnte, wie von einem grossen und fernen. Nur drängt sich bei dem nahen die Wirklichkeit, dass es eine ebene Tafel sei, fortdauernd viel kräftiger und deutlicher unserer Wahrnehmung auf.

Hiermit hängt es auch, wie ich glaube, zusammen, dass perspectivische Zeichnungen, die von einem dem Gegenstande zu nahen Standpunkte aus aufgenommen sind, so leicht einen verzerrten Eindruck machen. Dabei wird nämlich der Mangel der zweiten für das andere Auge bestimmten Darstellung, welche stark abweichen würde, zu auffallend. Dagegen geben sogenannte geometrische Projectionen, d. h. perspectivische Zeichnungen, welche eine aus unendlich grosser Entfernung genommene Ansicht darstellen, in vielen Fällen eine besonders günstige Anschauung der Objecte, obgleich sie einer in Wirklichkeit nicht vorkommenden Weise ihres Anblicks entsprechen. Für solche nämlich sind die Bilder beider Augen einander gleich.

Sie sehen, dass in diesen Verhältnissen eine erste nicht zu beseitigende Incongruenz zwischen dem Anblick eines Gemäldes und dem Anblicke der Wirklichkeit besteht. Dieselbe kann wohl abgeschwächt, aber nicht vollkommen überwunden werden. Durch die mangelnde Wirkung des zweiäugigen Sehens fällt zugleich das

wichtigste natürliche Mittel fort, um den Beschauer die Tiefe der dargestellten Gegenstände im Gemälde beurtheilen zu machen. Es bleiben dem Maler nur eine Reihe untergeordneter Hilfsmittel übrig, theils von beschränkter Anwendbarkeit, theils von geringer Wirksamkeit, um die verschiedenen Abstände nach der Tiefe auszudrücken. Es ist nicht uninteressant diese Momente, wie sie sich aus der wissenschaftlichen Theorie ergeben, kennen zu lernen, da dieselben offenbar auch in der malerischen Praxis einen grossen Einfluss auf die Anordnung, Auswahl, Beleuchtungsweise der darzustellenden Gegenstände ausgeübt haben. Die Deutlichkeit des Dargestellten ist allerdings den idealen Zwecken der Kunst gegenüber scheinbar nur eine untergeordnete Rücksicht, aber man darf ihre Wichtigkeit nicht unterschätzen, denn sie ist die erste Bedingung, um mühelose und sich dem Beschauer gleichsam aufdrängende Verständlichkeit der Darstellung zu erreichen. Diese unmittelbare Verständlichkeit aber ist wiederum die Vorbedingung für eine ungestörte und lebendige Wirkung des Gemäldes auf das Gefühl und die Stimmung des Beobachters.

Die erwähnten untergeordneten Hilfsmittel für den Ausdruck der Tiefendimensionen liegen zunächst in den Verhältnissen der Perspective. Nähere Gegenstände verdecken theilweise fernere, können aber nie von letzteren verdeckt werden. Gruppirt der Maler daher seine Gegenstände geschickt, so dass das genannte Moment in Geltung kommt, so giebt dies schon eine sehr sichere Abstufung zwischen Näherem und Fernerem. Dieses gegenseitige Verdecken ist sogar im Stande die zweiäugige Tiefenwahrnehmung zu besiegen, wenn man absichtlich stereoskopische Bilder herstellt, in welchen Beides einander widerspricht. Ferner sind an Körpern von regelmässiger oder bekannter Gestalt die Formen der perspectivischen Projection meist charakteristisch auch für die Tiefenausdehnung, die dem Gegenstande zukommt. Wenn wir Häuser oder andere Producte des menschlichen Kunstfleisses sehen, so wissen wir von vornherein, dass ihre Formen überwiegend ebene rechtwinkelig gegen einander gestellte Grenzflächen haben, allenfalls verbunden mit Theilen von drehrunden und kugelrunden Flächen. Und, in der That, wenn wir nur soviel wissen, genügt in der Regel eine richtige perspectivische Zeichnung, um daraus die gesammte Körperform unzweideutig zu erkennen. Ebenso für Gestalten von Menschen und Thieren, welche uns wohl bekannt sind, und deren Körper ausserdem zwei symmetrische seitliche Hälften zeigt. Dagegen nützt die beste perspectivische Darstellung nicht viel bei ganz unregel-

mässigen Formen, rohen Stein- und Eisblöcken, Laubmassen durcheinander geschobener Baumwipfel, wie am besten photographische Bilder von solchen zeigen, in denen Perspective und Schattirung absolut richtig sein können und doch der Eindruck undeutlich und wirr.

Werden menschliche Wohnungen in einem Gemälde sichtbar, so bezeichnen sie dem Zuschauer namentlich auch die Richtung der Horizontalflächen an der Stelle, wo sie stehen, und im Vergleich dazu die Neigung des Terrains, welche ohne sie oft schwer auszudrücken ist.

Weiter kommt in Betracht die scheinbare Grösse, in der Gegenstände von bekannter wirklicher Grösse in den verschiedenen Theilen eines Gemäldes erscheinen. Menschen und Thiere, auch Bäume bekannter Art, dienen dem Maler in dieser Weise. In dem entfernteren Mittelgrunde der Landschaft erscheinen sie kleiner als im Vordergrunde, und so geben sie andererseits durch ihre scheinbare Grösse einen Maasstab für die Entfernung des Ortes, wo sie sich befinden.

Weiter sind von hervorragender Wichtigkeit die Schatten, und namentlich die Schlagschatten. Wie viel deutlichere Anschauung eine gut schattirte Zeichnung giebt als ein Linienumriss, werden Sie alle wissen; eben deshalb ist die Kunst der Schattirung eine der schwierigsten und wirksamsten Seiten in der Leistungsfähigkeit des Zeichners und Malers. Er hat die ausserordentlich feinen Abstufungen und Uebergänge der Beleuchtung und Beschattung auf gerundeten Flächen nachzuahmen, welche das Hauptmittel sind, um die Modellirung derselben mit allen ihren feinen Krümmungsänderungen auszudrücken, er muss dabei die Ausbreitung oder Beschränkung der Lichtquelle, die gegenseitigen Reflexe der Flächen auf einander berücksichtigen. Vorzugsweise wirksam sind auch die Schlagschatten. Während die Modificationen der Beleuchtung an den Körperflächen selbst oft zweideutig sind, ein Hohlabguss einer Medaille bei bestimmter Beleuchtung z. B. den Eindruck vorspringender Formen machen kann, die nur von der anderen Seite her beleuchtet sind: so sind dagegen die Schlagschatten unzweideutige Anzeichen, dass der schattenwerfende Körper der Lichtquelle näher liegt, als der, welcher den Schatten empfängt. Diese Regel ist so ausnahmslos, dass selbst in stereoskopischen Ansichten ein falsch gelegter Schlagschatten die ganze Täuschung aufheben oder in Verwirrung bringen kann.

Um die Schatten in ihrer Bedeutung gut benutzen zu können, ist nicht jede Beleuchtung gleich günstig. Wenn der Beschauer in derselben Richtung auf die Gegenstände sieht, wie das Licht auf

sie fällt, so sieht er nur ihre beleuchteten Seiten, und nichts vom Schatten; dann fällt fast die ganze Modellirung weg, welche die Schatten geben könnten. Steht der Gegenstand zwischen der Lichtquelle und dem Beschauer, so sieht dieser nur die Schatten. Also brauchen wir seitliche Beleuchtung für eine malerisch wirksame Beschattung, und namentlich über Flächen, die wie die Oberfläche ebenen oder hügeligen Landes nur schwach bewegte Formen zeigen, eine fast in der Richtung der Fläche streifende Beleuchtung, weil nur eine solche überhaupt noch Schatten giebt. Dies ist eine der Ursachen, welche die Beleuchtung durch die aufgehende und untergehende Sonne so wirksam machen. Die Formen der Landschaft werden deutlicher. Dazu kommt dann freilich noch der später zu besprechende Einfluss der Farben und des Luftlichtes.

Directe Beleuchtung von der Sonne oder einer Flamme macht die Schatten scharf begrenzt und hart. Beleuchtung von einer sehr breiten leuchtenden Fläche, wie vom wolkigen Himmel aus, macht sie verwaschen oder beseitigt sie fast ganz. Dazwischen giebt es Uebergänge; Beleuchtung durch ein Stück der Himmelsfläche, abgegrenzt durch ein Fenster oder Bäume u. s. w. lässt die Schatten je nach der Art des Gegenstandes in erwünschter Weise mehr oder weniger hervortreten. Wie wichtig das ist, werden Sie bei den Photographen gesehen haben, die ihr Licht durch allerlei Schirme und Vorhänge abgrenzen müssen, um gut modellirte Portraits zu erhalten.

Viel wichtiger aber als die bisher aufgezählten Momente für die Darstellung der Tiefenausdehnung, welche mehr von localer und zufälliger Bedeutung sind, ist die sogenannte Luftperspective. Darunter versteht man die optische Wirkung des Lichtscheines, den die zwischen dem Beschauer und entfernten Gegenständen liegenden beleuchteten Luftmassen geben. Dieser Schein rührt von einer nie ganz schwindenden feinen Trübung der Atmosphäre her. Sind in einem durchsichtigen Mittel feine durchsichtige Theilchen von abweichender Dichtigkeit und abweichendem Lichtbrechungsvermögen vertheilt, so lenken sie das durch ein solches Mittel hindurchgehende Licht, so weit sie davon getroffen werden, theils durch Zurückwerfung, theils durch Brechung von seinem geradlinigen Wege ab und zerstreuen es, wie es die Optik ausdrückt, nach allen Seiten hin. Sind die trübenden Partikelchen sparsam vertheilt, so dass ein grosser Theil des Lichtes zwischen ihnen durchgehen kann, ohne abgelenkt zu werden, so sieht man ferne Gegenstände noch in guten und deutlichen Umrissen durch

ein solches Medium, daneben aber auch einen Theil des Lichtes, nämlich den abgelenkten, als trübenden Lichtschein in der durchsichtigen Substanz selbst verbreitet. Wasser, welches durch wenige Tropfen Milch getrübt ist, zeigt eine solche Zerstreuung des Lichtes und nebelige Trübung sehr deutlich. Die mikroskopischen Tröpfchen des Butterfettes, die in der Milch schwimmen, sind es hier, die das Licht ablenken.

In der gewöhnlichen Luft unserer Zimmer wird die Trübung bekanntlich deutlich sichtbar, wenn wir das Zimmer schliessen und einen Sonnenstrahl durch eine enge Oeffnung eintreten lassen. Wir sehen dann die Sonnenstäubchen, theils grössere für unser Auge wahrnehmbare, theils eine feine nicht auflösbare Trübung. Aber auch die letztere muss der Hauptsache nach von schwebenden Staubtheilchen organischer Stoffe herrühren, denn sie kann nach einer Bemerkung von Tyndall verbrannt werden. Bringt man eine Spiritusflamme dicht unter den Weg der Sonnenstrahlen, so zeichnet die von der Flamme aufsteigende Luft ihren Weg ganz dunkel in die helle Trübung hinein; das heisst: die durch die Flamme aufsteigende Luft ist vollkommen staubfrei geworden. Im Freien kommt neben dem Staub oder gelegentlichem Rauch auch die Trübung durch beginnende Wasserniederschläge häufig in Betracht, wo die Temperatur feuchter Luft so weit sinkt, dass die in ihr enthaltene Wassermenge nicht mehr als unsichtbarer Dunst bestehen kann. Dann scheidet sich ein Theil des Wassers in Form feinster Tröpfchen (Bläschen?) aus, als eine Art feinsten Wasserstaubes, und bildet feinere oder dichtere Nebel, beziehlich Wolken. Die Trübung, welche bei heissem Sonnenschein und trockener Luft entsteht, mag theils von Staub herrühren, den die aufsteigenden warmen Luftströme aufwirbeln, theils von der unregelmässigen Durchmischung kühlerer und wärmerer Luftschichten von verschiedener Dichtigkeit, wie sie sich auch in dem Zittern der unteren Luftschichten über sonnenbestrahlten Flächen verräth. Wovon endlich die auch in der reinsten und trockenen Luft der höheren Schichten der Atmosphäre zurückbleibende Trübung herrührt, welche das Blau des Himmels hervorbringt, ob wir es auch da mit schwebenden Stäubchen fremder Substanzen zu thun haben, oder ob die Molekeln der Luft selbst als trübende Theilchen im Lichtäther wirken, darüber weiss die Wissenschaft noch keine sichere Auskunft zu geben.

Was nun die Farbe des durch die trübenden Theilchen zurückgeworfenen Lichtes betrifft, so hängt diese wesentlich von der

Grösse derselben ab. Wenn ein Scheit Holz im Wasser schwimmt, und wir in seiner Nähe durch einen fallenden Tropfen kleine Wellenringe erregen, so werden diese von dem schwimmenden Holz zurückgeworfen, als wäre es eine feste Wand. In den langen Meereswogen aber würde ein Scheit Holz mitgeschaukelt werden, ohne dass die Wellen dadurch merklich in ihrem Fortschreiten gestört werden. Nun ist das Licht bekanntlich auch eine wellenartig sich ausbreitende Bewegung in dem den Weltraum füllenden Aether. Die rothen und gelben Lichtstrahlen haben die längsten Wellen, die violetten und blauen die kürzesten. Sehr feine Körperchen, welche die Gleichmässigkeit des Aethers stören, werden daher merklicher die letztgenannten Strahlen zurückwerfen als die rothen und gelben. In der That ist das Licht trüber Medien desto blauer, je feiner die trübenden Theilchen, während grössere Theilchen gleichmässiger Licht jeder Farbe zurückwerfen und deshalb weisslichere Trübung geben. Solcher Art ist das Blau des Himmels, das heisst der trüben Atmosphäre, gesehen gegen den dunklen Weltraum. Je reiner und durchsichtiger die Luft ist, desto blauer ist der Himmel. Ebenso wird er blauer und dunkler, wenn man auf hohe Berge steigt, theils weil die Luft in der Höhe freier von Trübung ist, theils weil man überhaupt weniger Luft noch über sich hat. Aber dasselbe Blau, was man vor dem dunklen Weltraume erscheinen sieht, tritt auch vor dunklen irdischen Objecten, z. B. fernen beschatteten oder bewaldeten Bergen auf, wenn eine tiefe Schicht beleuchteter Luft zwischen ihnen und uns liegt. Es ist dasselbe Luftlicht, was den Himmel, wie die Berge blau macht, nur dass es vor ersterem rein, vor letzteren mit anderem von den hinterliegenden Gegenständen ausgehendem Lichte gemischt ist, und ausserdem der gröberen Trübung der unteren Schichten der Atmosphäre angehört, weshalb es weisslicher ist. In wärmeren Ländern bei trockener Luft ist die Lufttrübung feiner auch in den unteren Schichten der Atmosphäre, und daher das Blau vor entfernten irdischen Gegenständen dem des Himmels ähnlicher. Die Klarheit und die Farbensättigung italienischer Landschaften rührt wesentlich von diesem Umstande her. Auf hohen Bergen dagegen ist namentlich des Morgens die Lufttrübung oft so gering, dass die Farben der fernsten Objecte sich kaum von denen der nächsten unterscheiden. Dann kann auch der Himmel fast schwarzblau erscheinen.

Umgekehrt sind dichtere Trübungen auch meist aus gröberen Theilchen gebildet, und deshalb weisslicher. Dies ist in der Regel

in den unteren Luftschichten der Fall und bei Witterungszuständen, wo der in der Luft enthaltene Wasserdunst dem Punkte seiner Verdichtung nahe kommt.

Andererseits ist dem Lichte, was geraden Weges von fernen Gegenständen hin durch eine lange Luftschicht in das Auge des Beobachters gelangt, ein Theil seines Violett und Blau durch zerstreuende Reflexion entzogen, es erscheint deshalb gelblich bis rothgelb oder roth, ersteres bei feinerer Trübung, letzteres bei gröberer. So erscheinen Sonne und Mond bei ihrem Auf- und Untergange und ebenso ferne hell beleuchtete Bergspitzen, namentlich Schneeberge gefärbt.

Diese Färbungen sind übrigens nicht nur der Luft eigenthümlich, sondern kommen bei allen Trübungen einer durchsichtigen Substanz durch fein vertheilte Partikelchen einer anderen durchsichtigen Substanz vor. Wir sehen sie, wie bemerkt, in verdünnter Milch und in Wasser, dem man einige Tropfen Kölnischen Wassers zugesetzt hat, wobei die im Alkohol des letzteren aufgelösten ätherischen Oele und Harze sich ausscheiden, und die Trübung bilden. Ausserordentlich feine blaue Trübungen, noch blauer, als die Luft, kann man nach Tyndall's Beobachtungen hervorbringen, wenn man Sonnenlicht auf Dämpfe gewisser kohlenstoffhaltiger Substanzen zersetzend einwirken lässt. Goethe hat schon auf die Allgemeinheit der Erscheinung aufmerksam gemacht, und suchte seine Farbentheorie auf sie zu gründen.

Als Luftperspective nun bezeichnet man die künstlerische Darstellung der Lufttrübung, weil durch das stärkere oder geringere Hervortreten der Luftfarbe über der Farbe der Gegenstände auch die verschiedene Entfernung dieser sehr bestimmt angezeigt wird, und namentlich Landschaften dadurch wesentlich ihre Tiefe erhalten. Je nach der Witterung kann die Lufttrübung grösser oder kleiner sein, weisslicher oder blauer. Sehr klare Luft, wie sie nach längerem Regen zuweilen vorkommt, lässt die fernen Berge nahe und klein erscheinen, dunstigere fern und gross.

Dem Maler ist das letztere entschieden vortheilhafter. Die hohen klaren Landschaften des Hochgebirges, wie sie den Bergwanderer so häufig die Entfernung und Grösse der vorliegenden Bergspitzen zu unterschätzen verleiten, sind auch malerisch schwer zu verwerthen, desto besser die Ansichten von unten aus den Thälern, von den Seen und Ebenen her, wo die Luftbeleuchtung zart aber merklich entwickelt ist und ebenso wohl die verschiedenen Entfernungen und Grössen des Gesehenen deutlich hervor-

treten lässt, als sie andererseits der künstlerischen Einheit der Färbung günstig ist.

Obgleich vor den grösseren Tiefen der Landschaft die Luftfarbe deutlicher hervortritt, fehlt sie doch auch bei hinreichend intensiver Beleuchtung nicht ganz vor den nahen Gegenständen eines Zimmers. Was man isolirt und wohlabgegrenzt sieht, wenn in ein verdunkeltes Zimmer Sonnenlicht durch eine Oeffnung des Ladens fällt, fehlt natürlich nicht ganz, wenn das ganze Zimmer beleuchtet ist. Auch hier muss sich die Luftbeleuchtung, wenn sie stark genug ist, vor dem Hintergrunde geltend machen und die Farben desselben im Vergleich zu denen der näheren Gegenstände etwas abstumpfen; und auch diese Unterschiede, obgleich viel zarter als vor dem Hintergrunde einer Landschaft, sind für den Historien-, Genre- oder Portraitmaler von Bedeutung und erhöhen, wenn sie fein beobachtet und nachgeahmt sind, die Deutlichkeit seiner Darstellung in hohem Grade.

II. Helligkeitsstufen.

Die bisher besprochenen Verhältnisse zeigen uns zunächst einen tiefgreifenden und für die Auffassung der körperlichen Formen äusserst wichtigen Unterschied zwischen dem Gesichtsbilde, welches unsere Augen uns zuführen, wenn wir vor den Objecten stehen, und demjenigen, welches das Gemälde uns giebt. Dadurch wird die Auswahl der in den Gemälden darzustellenden Gegenstände schon vielfach beschränkt. Die Künstler wissen sehr wohl, dass für ihre Hilfsmittel Vieles nicht darstellbar ist. Ein Theil ihrer künstlerischen Geschicklichkeit besteht darin, dass sie durch passende Anordnung, Stellung und Wendung der Objecte, durch passende Wahl des Gesichtspunktes und durch die Art der Beleuchtung die Ungunst der Bedingungen, die ihnen in dieser Beziehung aufgelegt sind, zu überwinden wissen.

Wie es zunächst scheinen könnte, würde nun doch von der Forderung der Naturwahrheit eines Gemäldes so viel stehen bleiben können, dass dasselbe, vom richtigen Orte angeschaut, wenigstens einem unserer Augen dieselbe räumliche Vertheilung von Licht, Farben und Schatten in seinem Gesichtsfelde darbieten und also

auch im Inneren dieses Auges genau dasselbe Netzhautbild entwerfen solle, wie der dargestellte Gegenstand thun würde, wenn wir ihn wirklich vor uns hätten und von einem bestimmten unveränderlichen Standpunkt aus betrachteten. Es könnte als Aufgabe der malerischen Technik erscheinen unter den genannten Beschränkungen durch das Gemälde wirklich den gleichen Eindruck auf das Auge zu erzielen, wie ihn die Wirklichkeit geben würde.

Gehen wir nun daran zu untersuchen, ob und wie weit die Malerei einer solchen Forderung denn nun wirklich gerecht werde oder auch nur gerecht werden könne, so treffen wir auch hier wieder auf Schwierigkeiten, vor denen wir vielleicht zurückschrecken würden, wenn wir nicht wüssten, dass sie schon überwunden sind.

Beginnen wir mit dem Einfachsten, mit den quantitativen Verhältnissen der Lichtstärken. Soll der Künstler den Eindruck seines Gegenstandes auf unser Auge genau gleich nachahmen, so müsste er auch auf seinem Bilde gleich grosse Helligkeit und gleich grosse Dunkelheit verwenden können, wie die Natur sie darbietet. Aber daran ist nicht im Entferntesten zu denken. Erlauben Sie mir ein passendes Beispiel zu wählen. In einer Gallerie möge ein Wüstenbild hängen, auf dem ein Zug weiss verhüllter Beduinen und dunkler Neger durch den brennenden Sonnenschein dahinzieht; dicht daneben eine bläuliche Mondnacht, wo sich der Mond im Wasser spiegelt, und man Baumgruppen, menschliche Gestalten in der Dunkelheit leise angedeutet erkennt. Sie wissen aus Erfahrung, dass beide Bilder, wenn sie gut gemacht sind, in der That mit überraschender Lebendigkeit die Vorstellung ihres Gegenstandes hervorzaubern können, und doch sind in beiden Bildern die hellsten Stellen mit demselben Kremser Weiss, nur wenig durch Zumischungen verändert, mit demselben Schwarz die dunkelsten ausgeführt. Beide theilen an derselben Wand dieselbe Beleuchtung, und die hellsten wie die dunkelsten Stellen beider sind deshalb, was den Grad ihrer Helligkeit betrifft, kaum wesentlich unterschieden.

Wie verhält es sich nun mit den dargestellten Helligkeiten in der Wirklichkeit? Das Verhältniss zwischen der Helligkeit der Beleuchtung durch die Sonne und der durch den Vollmond ist von Wollaston gemessen worden, indem er beide ihrer Stärke nach mit dem Lichte gleich beschaffener Kerzen verglich. Es hat sich ergeben, dass die Beleuchtung durch die Sonne 800 000 Mal stärker ist, als die hellste Vollmondbeleuchtung.

Jeder undurchsichtige Körper, der von irgend einer Lichtquelle beleuchtet wird, kann im günstigsten Falle nur so viel Licht wieder aussenden, als auf ihn fällt. Indessen scheinen nach Lambert's Beobachtungen selbst die weissesten Körper nur etwa $^2/_5$ des auffallenden Lichtes zurückzusenden. Die Sonnenstrahlen, welche nebeneinander von der Sonne ausgehen, deren Halbmesser nicht ganz 100 000 Meilen beträgt, sind, wenn sie bei uns ankommen, schon gleichmässig über eine Kugelfläche von 19 Millionen Meilen Halbmesser ausgebreitet; ihre Dichtigkeit und Beleuchtungskraft ist hier nur noch der vierzigtausendste Theil von derjenigen, mit der sie die Sonnenoberfläche verlassen, und jene Lambert'sche Zahl lässt schliessen, dass auch die hellste weisse Fläche, von senkrechten Sonnenstrahlen getroffen, nur den hunderttausendsten Theil von der Helligkeit der Sonnenscheibe hat. Der Mond aber ist ein grauer Körper, dessen mittlere Helligkeit nur etwa $^1/_5$ von der des hellsten Weiss beträgt.

Und wenn der Mond nun seinerseits einen Körper von hellstem Weiss hier auf Erden bescheint, so ist dessen Helligkeit wiederum nur der hunderttausendste Theil von der Helligkeit des Mondes selbst; demnach ist die Sonnenscheibe 80 000 Millionen Mal heller als ein solches vom Vollmond beleuchtetes Weiss.

Gemälde nun, die in einer Gallerie hängen, werden nicht vom directen Sonnenlicht, sondern nur vom reflectirten Himmels- oder Wolkenlicht beschienen. Directe Messungen der Helligkeit der Beleuchtung, welche im Inneren einer Bildergallerie zu herrschen pflegt, sind mir nicht bekannt; indessen lassen sich Schätzungen derselben aus bekannten Daten wohl anstellen. Bei recht grossem Oberlicht und heller Wolkenbeleuchtung könnte das hellste Weiss auf einem Gemälde wohl $^1/_{20}$ von der Helligkeit des direct von der Sonne beleuchteten Weiss haben; meist wird es nur $^1/_{40}$ oder weniger sein.

Der Wüstenmaler also, selbst wenn er auf die Darstellung der Sonnenscheibe verzichtet, die ja immer nur sehr unvollkommen gelingt, wird die grell beleuchteten Gewänder seiner Beduinen mit einem Weiss darstellen müssen, was günstigsten Falls etwa nur den zwanzigsten Theil der Helligkeit zeigt, die der Wirklichkeit entspräche. Könnte man es mit unveränderter Beleuchtung in die Wüste hinausbringen, so würde es neben dem dortigen Weiss wie ein recht dunkles Grauschwarz erscheinen. In der That fand ich bei einem Versuche, dass sonnenbeleuchteter Lampenruss doch noch halb so hell war, als beschattetes Weiss im helleren Theile eines Zimmers.

Auf dem Mondscheinbilde dagegen wird dasselbe Weiss, womit auf dem ersten die Beduinenmäntel ausgeführt sind, mit geringer Zumischung benutzt werden müssen um die Mondscheibe und ihre Wasserreflexe darzustellen, obgleich der wahre Mond nur ein Fünftel dieser Helligkeit, seine Wasserreflexe aber noch viel weniger haben sollten. Dagegen werden weisse vom Monde beschienene Gewänder oder Marmorflächen, wenn der Künstler sie auch stark in Grau abtönt, immerhin auf seinem Bilde noch zehn- bis zwanzigtausend Mal heller sein, als sie unter Vollmondbeleuchtung in Wirklichkeit sind.

Andererseits würde auch das dunkelste Schwarz, was der Künstler verwenden könnte, kaum zureichen die wahre Beleuchtungsstärke eines vom Vollmond beschienenen weissen Gegenstandes klein genug darzustellen. Denn auch das dunkelste Schwarz, Russüberzüge, schwarzer Sammet, kräftig beleuchtet, erscheinen grau, wie wir bei optischen Versuchen, wo wir überflüssiges Licht abblenden wollen, oft genug zu unserem Schaden erfahren. Die Helligkeit eines von mir untersuchten Russüberzuges war etwa $^{1}/_{100}$ von der Helligkeit weissen Papiers. Die hellsten Farben des Malers sind überhaupt etwa nur hundert Mal so hell, als seine dunkelsten Schatten.

Die gemachten Angaben werden Ihnen vielleicht übertrieben erscheinen. Aber sie beruhen auf Messungen, und Sie können sie durch wohlbekannte Erfahrungen controliren. Nach Wollaston ist die Beleuchtung durch den Vollmond gleich der durch eine in 12 Fuss Entfernung gestellte brennende Kerze. Sie werden wissen, dass man im Vollmondschein nicht mehr lesen kann, wohl aber in drei bis vier Fuss Entfernung von einer Kerze. Nun nehmen Sie an, Sie träten aus einem tageshellen Zimmer plötzlich in ein von einer einzigen Kerze beleuchtetes, übrigens absolut lichtloses Gewölbe. Sie würden im ersten Augenblicke glauben, in absolute Dunkelheit einzutreten, höchstens etwa die Kerzenflamme selbst wahrnehmen. Jedenfalls würden Sie von den 12 Fuss von der Kerze entfernten Gegenständen nicht die geringste Spur erkennen. Das sind aber die Gegenstände, die so hell wie vom Vollmonde beleuchtet sind. Erst nach geraumer Zeit würden Sie sich an das Dunkel gewöhnt haben und sich dann allerdings ohne Schwierigkeit zurecht finden.

Kehren Sie dann an das Tageslicht zurück, wo sie früher in voller Bequemlichkeit verweilten: so wird Ihnen dasselbe so blendend erscheinen, dass Sie vielleicht die Augen schliessen

müssen, und nur mit schmerzhafter Lichtscheu umher zu blicken im Stande sind. Sie sehen also: es handelt sich hier nicht um kleinliche, sondern um colossale Unterschiede. Wie ist nun unter solchen Umständen überhaupt irgend welche Aehnlichkeit des Eindruckes zwischen Gemälde und Wirklichkeit denkbar?

Unsere Erörterung über das, was wir im Keller anfangs nicht sahen und später sahen, lässt uns schon das wichtigste Moment der Ausgleichung erkennen; es ist die verschiedene Abstumpfung unseres Auges durch Licht, ein Vorgang, den wir mit demselben Namen der Ermüdung, wie den entsprechenden in den Muskeln belegen können. Jede Thätigkeit unserer Nervenapparate setzt vorübergehend deren Leistungsfähigkeit herab. Der Muskel wird ermüdet vom Arbeiten, das Hirn ermüdet vom Denken und von Gemüthsbewegungen, das Auge ermüdet vom Licht, desto mehr, je stärker dieses ist. Die Ermüdung macht es stumpf und unempfindlich gegen neue Lichteindrücke, so dass es starke nur mässig, schwache gar nicht mehr empfindet.

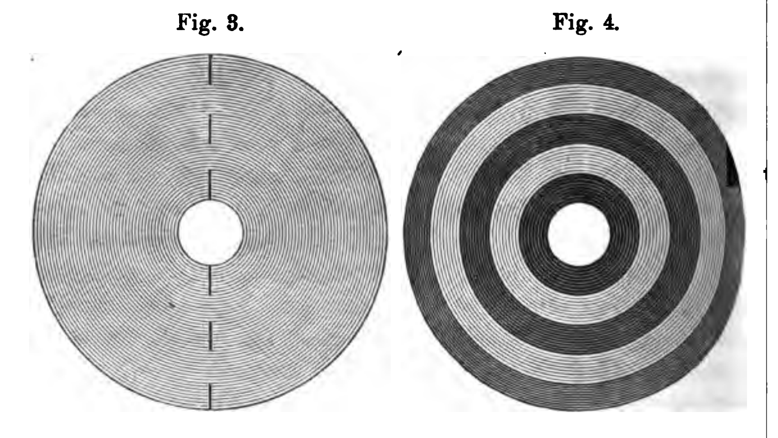
Jetzt aber sehen Sie, wie anders bei Berücksichtigung dieser Umstände sich die Aufgabe des Künstlers stellt. Das Auge des Wüstenfahrers, der der Karawane zusieht, ist selbst durch den blendenden Sonnenschein auf das Aeusserste abgestumpft, das des Mondscheinwanderers in der Dunkelheit zur grössten Höhe der Empfindlichkeit erholt. Von beiden unterscheidet sich der Zustand des Beschauers der Gemälde durch einen gewissen mittleren Grad der Empfindlichkeit des Auges. Der Maler muss also streben, durch seine Farben auf das mässig empfindliche Auge seines Beschauers denselben Eindruck hervorzubringen, wie ihn einerseits die Wüste auf das geblendete, andererseits die Mondnacht auf das vollkommen ausgeruhte Auge ihres Beschauers machen. Neben den wirklichen Beleuchtungsverhältnissen der Aussenwelt spielen also unverkennbar die verschiedenen physiologischen Zustände des Auges eine ausserordentlich einflussreiche Rolle bei dem Werke des Künstlers. Was er zu geben hat, ist hiernach schon nicht mehr eine reine Abschrift des Objectes, sondern eine Uebersetzung seines Eindruckes in eine andere Empfindungsscala, die einem anderen Grade von Erregbarkeit des beschauenden Auges angehört, bei welchem das Organ in seinen Antworten auf die Eindrücke der Aussenwelt eine ganz andere Sprache spricht.

Um zu verstehen, was dies für Folgen hat, muss ich Ihnen zunächst das von Fechner gefundene Gesetz für die Empfindungsscala des Auges auseinandersetzen, welches einen einzelnen Fall

des von demselben geistreichen Forscher für die Beziehungen mannigfaltiger sinnlicher Empfindungen zu den sie erregenden Reizen aufgestellten allgemeineren psychophysischen Gesetzes bildet. Dieses Gesetz kann in folgender Weise ausgesprochen werden: Innerhalb sehr breiter Grenzen der Helligkeit sind Unterschiede der Lichtstärke gleich deutlich, oder erscheinen in der Empfindung gleich gross, wenn sie den gleichen Bruchtheil der gesammten verglichenen Lichtstärken ausmachen. So zeigt es sich zum Beispiel, dass man Unterschiede der Helligkeit von einem Hundertel ihrer gesammten Stärke mit nicht allzu grosser Mühe bei sehr verschiedenen Stärken der Beleuchtung erkennen kann, ohne dass die Sicherheit und Leichtigkeit dieser Unterscheidung erhebliche Unterschiede zeigt, sei es, dass man hellstes Tageslicht oder gute Kerzenbeleuchtung anwendet.

Das leichteste Hülfsmittel, um genau messbare Unterschiede der Helligkeit zwischen zwei weissen Flächen hervorzubringen, beruht auf der Anwendung schnell rotirender Scheiben. Wenn man eine Scheibe, wie die nebenstehende Fig. 3, sehr schnell umlaufen

Fig. 3. Fig. 4.



lässt (das heisst 20 bis 30 Mal in der Secunde), so erscheint sie dem Auge, ähnlich wie Fig. 4, mit drei grauen Ringen bedeckt zu sein; nur muss sich der Leser das Grau dieser Ringe, wie es auf der rotirenden Scheibe Fig. 3 erscheint, als eine kaum sichtbare Beschattung des Grundes vorstellen. Es erscheint nämlich bei schnellem Umlauf der Scheibe jeder Kreis der Scheibe so beleuchtet, als wäre das gesammte Licht, welches ihn trifft, gleichmässig über

seinen ganzen Umfang ausgebreitet. Diejenigen Kreisringe nun, in denen die schwarzen Striche liegen, haben etwas weniger Licht, als die ganz weissen, und wenn man die Breite der Striche mit der Länge des halben Umfanges des betreffenden Kreisringes vergleicht, erhält man den Bruchtheil, um den die Lichtstärke des weissen Grundes der Scheibe in dem betreffenden Ringe vermindert ist. Sind die Striche alle gleich breit, wie in Fig. 3, so sind die inneren Ringe dunkler als die äusseren, weil der gleiche Lichtverlust auf jenen sich über eine kleinere Fläche vertheilt, als bei den letzteren. Man kann auf diese Weise ausserordentlich zarte Abstufungen der Helligkeit erhalten, und zwar wird bei diesem Verfahren in demselben Ringe bei wechselnder Beleuchtungsstärke die Helligkeit immer um den gleichen Bruchtheil ihres ganzen Werthes vermindert. Dem Fechner'schen Gesetze entsprechend zeigt sich nun in der That, dass die Deutlichkeit der Ringe bei sehr verschiedenen Beleuchtungsstärken nahezu dieselbe bleibt. Nur muss man nicht zu allzu blendender oder allzu schwacher Beleuchtung übergehen. In beiden Fällen verschwinden die feineren Unterschiede dem Auge.

Ganz anders verhält es sich, wenn wir bei verschiedenen Beleuchtungsstärken Unterschiede hervorbringen, die immer derselben Lichtmenge entsprechen. Schliessen wir zum Beispiel bei Tage die Fensterläden eines Zimmers, so dass dieses ganz verdunkelt wird, und erleuchten es nun durch eine Kerze, so werden wir ohne Schwierigkeit die Schatten erkennen können, welche das Kerzenlicht wirft, wie etwa den Schatten unserer Hand, der auf ein weisses Blatt fällt. Lassen wir dagegen die Fensterläden wieder öffnen, so dass das Tageslicht in das Zimmer dringt, so werden wir bei derselben Haltung unserer Hand den von der Kerze geworfenen Schatten derselben nicht mehr erkennen können, trotzdem immer noch auf die von diesem Schatten nicht getroffenen Theile des weissen Blattes dieselbe Menge Kerzenlicht mehr fällt, als auf die von der Hand beschatteten Theile. Aber diese kleine Lichtmenge verschwindet im Vergleich zu der neu hinzugekommenen des Tageslichtes, vorausgesetzt, dass dieses alle Theile des weissen Blattes gleichmässig trifft. Sie sehen daraus, dass während der Unterschied zwischen Kerzenlicht und Dunkelheit wohl zu erkennen ist, der gleich grosse Unterschied zwischen Tageslicht einerseits und Tageslicht plus Kerzenlicht andererseits nicht mehr erkannt wird.

Dieses Gesetz ist nun für die Unterscheidung der verschiedenen

Helligkeiten der gesehenen Naturkörper von grosser Wichtigkeit. Ein weisser Körper erscheint weiss, weil er einen grossen Bruchtheil, ein grauer grau, weil er einen kleineren Bruchtheil von dem auffallenden Licht zurückwirft. Bei wechselnder Beleuchtungsstärke wird also der Helligkeitsunterschied zwischen beiden immer dem gleichen Bruchtheile ihrer gesammten Helligkeit entsprechen, und deshalb unseren Augen gleich wahrnehmbar bleiben, sobald wir uns nicht der oberen oder unteren Grenze der Helligkeit, für welche das Fechner'sche Gesetz nicht mehr gilt, allzu sehr nähern. Eben deshalb kann im Allgemeinen der Maler einen gleich gross erscheinenden Unterschied für den Beschauer seines Gemäldes hervorbringen trotz der abweichenden Beleuchtungsstärke in der Gemäldegallerie, wenn er seinen Farben nur das gleiche Verhältniss der Helligkeiten giebt, wie es die Wirklichkeit zeigt.

In der That ist bei unserer Betrachtung der Naturkörper die absolute Helligkeit, in der sie unserem Auge erscheinen, zwischen weiten Grenzen wechselnd, je nach der Beleuchtungsstärke und der Empfindlichkeit unseres Auges. Was constant ist, ist nur das Verhältniss der Helligkeiten, in welchem uns die Flächen von verschieden dunkler Körperfarbe bei gleicher Beleuchtung erscheinen. Also auch nur dieses Verhältniss der Helligkeiten ist für uns dasjenige sinnliche Zeichen, aus dem wir unsere Urtheile über die dunklere oder hellere Färbung der gesehenen Körper uns bilden. Dieses Verhältniss nun kann der Maler ungestört und naturgetreu nachahmen, um in uns die gleiche Vorstellung von der Art der gesehenen Körper hervorzurufen. Eine in dieser Beziehung getreue Nachahmung würde innerhalb der Grenzen, für welche das Fechner'sche Gesetz gilt, erhalten werden, wenn der Künstler die vollbeleuchteten Theile der Körper, welche er darzustellen hat, mit Farben wiedergäbe, welche bei gleicher Beleuchtung der darzustellenden Körperfarbe gleich wären. Annähernd geschieht dies ja auch in der That; der Maler wählt ja im Ganzen, namentlich für Gegenstände von geringer Tiefenausdehnung, wie zum Beispiel Portraits, Farbstoffe, welche die Körperfarbe der darzustellenden Objecte nahehin wiedergeben, und nur in den beschatteten Theilen dunkler genommen werden. Nach diesem Princip fangen Kinder an zu malen, sie ahmen Körperfarbe durch Körperfarbe nach; ebenso solche Nationen, bei denen die Malerei auf einem gewissen kindlichen Standpunkt stehen geblieben ist. Zur vollendeten künstlerischen Malerei aber kommt es erst, wenn nicht mehr die Körperfarben, sondern wenn die Lichtwirkung auf das Auge nach-

zuahmen gelungen ist, und nur indem wir den Zweck der malerischen Darstellung in dieser Weise auffassen, wird es möglich, die Abweichungen zu verstehen, welche die Künstler in der Wahl ihrer Farben- und Helligkeitsscala der Natur gegenüber haben eintreten lassen.

Zunächst sind diese dadurch bedingt, dass, wie mehrfach erwähnt, das Fechner'sche Gesetz nur für mittlere Grade der Helligkeit volle Gültigkeit hat, während bei zu hoher oder zu geringer Helligkeit merkliche Abweichungen von demselben eintreten. An beiden Grenzen der Lichtstärken zeigt sich das Auge weniger empfindlich für Lichtunterschiede, als es nach jenem Gesetze sein sollte. Bei sehr starkem Lichte wird es geblendet, das heisst seine innere Thätigkeit kann nicht gleichen Schritt mit dem äusseren Reize halten, die Nervenapparate werden zu schnell ermüdet. Sehr helle Gegenstände sehen immer fast gleich hell aus, selbst wenn in Wirklichkeit bedeutende Unterschiede in ihrer Lichtstärke bestehen. Der Rand der Sonne hat etwa nur die halbe Lichtstärke ihrer Mitte; das wird noch Niemand von Ihnen haben erkennen können, wenn er nicht etwa durch verdunkelnde Gläser hingesehen hat, welche die Helligkeit auf ein bequemes Maass herabsetzen. Aus dem entgegengesetzten Grunde wird das Auge unempfindlicher bei schwachem Licht. Wenn ein Körper so schwach beleuchtet ist, dass wir ihn kaum noch wahrnehmen, so werden wir Verminderung seiner Helligkeit durch einen Schatten um ein Hundertel oder um ein Zehntel gar nicht mehr wahrnehmen.

Daraus folgt, dass bei geringer Helligkeit die dunkleren Objecte den dunkelsten, bei grosser Helligkeit die helleren den hellsten ähnlicher werden, als es nach Fechner's Gesetz, was für mittlere Lichtstärken gilt, sein sollte. Daraus fliesst nun ein für die Malerei höchst charakteristischer Unterschied zwischen dem Eindruck sehr starker und sehr schwacher Beleuchtung.

Wollen die Maler glühenden Sonnenschein darstellen, so machen sie alle Objecte fast gleich hell, und reproduciren so mit ihren nur mässig hellen Farben den Eindruck, den die Sonnengluth auf das geblendete Auge des Beobachters macht. Wollen sie dagegen Mondschein darstellen, so geben sie nur die allerhellsten Objecte hell an, namentlich die Reflexe des Mondlichtes an glänzenden Flächen, und halten alles Andere fast unerkennbar dunkel; das heisst alle dunkleren Gegenstände machen sie dem tiefsten Dunkel, was sie mit ihren Farben erzeugen können, ähnlicher, als sie nach dem wirklichen Verhältniss der Lichtstärken sein sollten. Sie

drücken durch ihre Abstufung der Helligkeiten in beiden Fällen also die **Unempfindlichkeit** des Auges für die Unterschiede zu hellen oder zu schwachen Lichtes aus. Könnten sie Farbe von dem blendenden Glanze vollen Sonnenscheins oder von der wirklichen Lichtschwäche des Mondlichtes anwenden, so brauchten sie die Abstufung der Helligkeit in ihren Gemälden nicht anders zu machen, als sie in der Natur ist; dann würde eben das Gemälde genau den gleichen Eindruck auf das Auge machen, wie ihn die gleichen Helligkeitsgrade wirklicher Gegenstände hervorbringen. Die beschriebene Aenderung in der Abstufung der Helligkeiten wird deshalb nöthig, weil die Farben des Gemäldes in der mittleren Helligkeit eines mässig beleuchteten Zimmers gesehen werden, für welche das Fechner'sche Gesetz merklich zutrifft, und damit Gegenstände dargestellt werden sollen, deren Helligkeitsstufen über die Grenze der Anwendbarkeit dieses Gesetzes hinausgehen.

Wir finden aber eine ähnliche Abweichung, die der bei Mondscheinlandschaften wirklich gesehenen entspricht, von älteren Meistern, im auffallendsten Maasse von Rembrandt, angewendet in Fällen, wo durchaus nicht der Eindruck von Mondschein oder einer ähnlich schwachen Beleuchtung hervorgebracht werden soll oder hervorgebracht wird. Die hellsten Partien der Objecte sind in diesen Bildern in hellen und leuchtenden gelblichen Farben dargestellt, aber die Abstufungen gegen das Dunkel hin sehr gross gemacht, so dass die dunkleren Gegenstände in ein fast undurchdringliches Dunkel versinken. Dieses Dunkel selbst aber ist überzogen mit dem gelblichen Nebelschein stark beleuchteter Luftmassen, so dass diese Bilder trotz ihrer Dunkelheit den Eindruck sonnigen Lichtes gewähren, und durch die sehr starke Abstufung der Schatten die Körperformen der Gesichter und Gestalten ausserordentlich kräftig hervorgehoben werden. Die Abweichung von der unmittelbaren Naturwahrheit ist in dieser Abstufung der Lichtstärken sehr auffallend, und doch geben die genannten Bilder ganz besonders lebhafte und eindringliche Anschauungen der dargestellten Gegenstände. Für das Verständniss der Principien malerischer Beleuchtung sind sie deshalb von besonderem Interesse.

Für die Erklärung ihrer Wirkungen muss man, wie ich glaube, berücksichtigen, dass das Fechner'sche Gesetz zwar annähernd richtig ist für die dem Auge bequemen mittleren Lichtstärken, dass aber doch die Abweichungen, welche für zu hohe und für zu kleine Lichtstärken so auffallend heraustreten, des Einflusses auch in dem Gebiete der mittleren Lichtstärken nicht ganz entbehren. Nur

muss man genauer beobachten, um diesen Einfluss wahrzunehmen. In der That zeigt sich, dass wenn man auf einer rotirenden Scheibe die allerzartesten Abstufungen von Schatten herstellt, solche nur bei einem bestimmten Grade der Beleuchtung sichtbar sind, welcher etwa der Beleuchtung weissen Papiers an einem hellen Tage entspricht, was voll vom Himmelslichte, aber nicht von der Sonne direct getroffen wird. In solcher Lichtstärke kann man auch Schatten von $^1/_{150}$ oder selbst $^1/_{180}$ der Lichtstärke erkennen. Das Licht, bei welchem man Gemälde betrachtet, ist dagegen viel schwächer, und will man also dieselbe Deutlichkeit der feinsten Schatten und der durch sie bezeichneten Modellirung der Formen bewahren, so muss man eben die Abstufungen der Schatten im Gemälde etwas grösser machen, als es den wirklichen Lichtstärken entspricht. Dadurch werden dann die dunkelsten Gegenstände des Gemäldes allerdings unnatürlich dunkel, was aber dem Zweck des Künstlers nicht widerspricht, wenn die Aufmerksamkeit des Beschauers hauptsächlich den helleren zugelenkt werden soll. Die grosse künstlerische Wirksamkeit dieser Manier zeigt uns also, wie der Hauptnachdruck in der Nachahmung auf die Abstufung der Helligkeitsunterschiede, nicht auf die absoluten Helligkeiten fällt, und wie die grössten Abweichungen in den letzteren ohne erhebliche Störung ertragen werden, wenn nur ihre Abstufungen ausdrucksvoll nachgeahmt sind.

III. Die Farbe.

An diese Abweichungen der Helligkeiten schliessen sich nun auch gewisse Abweichungen in der Färbung, die physiologisch dadurch bedingt sind, dass die Scala der Empfindungsstärken auch für die verschiedenen Farben verschieden ist. Wie stark die Empfindung ausfällt bei gegebener Beleuchtungsstärke durch Licht einer bestimmten Farbe, hängt eben durchaus von der besonderen Reactionsweise derjenigen Nervenapparate ab, die durch die Einwirkung des betreffenden Lichtes in Erregung versetzt werden. Nun sind alle unsere Farbenempfindungen Mischungen aus drei verschiedenen einfachen Empfindungen, nämlich von Roth, Grün, Violett*), die nach einer nicht unwahrscheinlichen Voraussetzung

*) Siehe das zweite Heft dieser Vorlesungen S. 38 bis 50.

von Th. Young durch drei verschiedenartige Systeme von Sehnervenfasern ganz unabhängig von einander percipirt werden. Dieser Unabhängigkeit der verschiedenen Farbenempfindungen von einander entspricht nun auch ihre gegenseitige Unabhängigkeit in der Abstufung der Intensitäten. Neuere Messungen*) haben gezeigt, dass die Empfindlichkeit unseres Auges für schwache Schatten im Blau am grössten ist, im Roth am kleinsten. Im Blau wird ein Unterschied von $^1/_{205}$ bis $^1/_{268}$ der Lichtstärke erkannt, im Roth vom unermüdeten Auge $^1/_{16}$, bei Abstumpfung der Farbe durch längeres Betrachten $^1/_{50}$ bis $^1/_{70}$.

Das Roth verhält sich also wie eine Farbe, gegen deren Abstufungen das Auge relativ unempfindlicher ist, als gegen die des Blau. Dem entsprechend treten aber auch die Erscheinungen der Blendung bei gesteigerter Helligkeit im Roth schwächer auf, als im Blau. Wählt man nach einer Bemerkung von Dove ein blaues und ein rothes Papier, welche bei mittlerer weisser Beleuchtung gleich hell erscheinen, so erscheint bei sehr abgeschwächter weisser Beleuchtung das Blau als das hellere, bei sehr verstärkter Beleuchtung das Roth. Die gleichen Unterschiede zeigen sich, wie ich selbst beobachtete, noch auffallender an rothen und violetten Spectralfarben, und zwar schon bei sehr mässiger Steigerung ihrer Intensität um den gleichen Bruchtheil für beide.

Nun ist der Eindruck des Weiss gemischt aus den Eindrücken, welche die einzelnen in dem weissen Lichte enthaltenen Spectralfarben auf unser Auge machen. Steigern wir die Helligkeit des Weiss, so wird dabei die Empfindungsstärke für die rothen, gelben und grünen Farben verhältnissmässig mehr wachsen, als diejenige für die blauen und violetten. In hellem Weiss werden also die ersteren einen verhältnissmässig stärkeren Eindruck machen, als die letzteren; in schwachem Weiss dagegen die blauen und bläulichen Farben. Sehr helles Weiss erscheint also gelblich, lichtschwaches bläulich gefärbt. Wir werden uns allerdings dieses Unterschiedes bei der gewöhnlichen Betrachtung der uns umgebenden Gegenstände nicht so leicht bewusst, da die unmittelbare Vergleichung von Farbentönen sehr verschiedener Helligkeit schwierig ist, und wir gewöhnt sind ein und denselben weissen Gegenstand von unveränderter Beschaffenheit bei wechselnder Beleuchtung nach einander in dieser verschiedenen Abänderung des Weiss zu sehen, so

---

*) Dobrowolsky in Graefe's Archiv für Ophthalmologie, Bd. XVIII, Abthl. 1, S. 74 bis 92.

dass wir bei unserer Beurtheilung der Körperfarben den Einfluss der Helligkeit zu eliminiren gelernt haben.

Wenn aber dem Maler die Aufgabe erwächst den Eindruck von sonnenbeleuchtetem Weiss mit lichtschwächeren Farben nachzuahmen, so erreicht er einen höheren Grad von Aehnlichkeit, indem er in seinem Weiss durch Einmischung von Gelb diese Farbe ebenso vorwiegen macht, wie sie in wirklich hellerem Weiss wegen der Reactionsweise des Sehnervenapparates vorwiegen würde. Es ist dasselbe Verfahren, als wenn wir eine Landschaft unter trübem Himmel durch ein gelbes Glas betrachten, und ihr dadurch den Anschein von sonniger Beleuchtung geben. Umgekehrt wird der Künstler mondscheinbeleuchtetes, also sehr lichtschwaches Weiss bläulich machen, da die Farben auf dem Bilde, wie wir gesehen haben, ausserordentlich viel lichtstärker sein müssen als die darzustellende Farbe. Im Mondschein ist in der That kaum noch eine andere Farbe zu erkennen als Blau; der blaue Sternenhimmel oder blaue Blumen können noch deutlich gefärbt erscheinen, während Gelb und Roth nur noch als Verdunkelungen des allgemeinen bläulichen Weiss oder Grau sich merkbar machen.

Wiederum bitte ich Sie zu bemerken, dass diese Aenderungen der Farben nicht nöthig sein würden, wenn dem Künstler Farben von derselben Lichtstärke oder von derselben Lichtschwäche zu Gebote ständen, wie sie die von der Sonne oder vom Monde beleuchteten Körper wirklich zeigen.

Die Veränderung der Farbe ist, wie die vorher besprochene veränderte Abstufung der Helligkeit, eine subjective Wirkung, die der Maler objectiv auf seiner Tafel darstellen muss, weil seine mässig hellen Farben sie hervorzurufen nicht im Stande sind.

Ganz Aehnliches beobachten wir in Bezug auf die Erscheinungen des Contrastes. Wir begreifen unter diesem Namen Fälle, bei denen die Farbe oder Helligkeit einer Fläche dadurch, dass ein Feld von anderer Farbe oder Helligkeit daneben gesetzt wird, verändert erscheint und zwar so, dass die ursprüngliche Farbe durch eine helle Nachbarschaft dunkler, durch eine dunkle Nachbarschaft heller, durch eine gefärbte dagegen entgegengesetzt oder complementärfarbig gemacht wird.

Die Erscheinungen des Contrastes sind sehr verschiedener Art und rühren von verschiedenen Ursachen her. Eine Classe derselben, Chevreul's simultaner Contrast, ist unabhängig von den Bewegungen des Auges und kommt namentlich zwischen

Feldern von sehr geringen Farben- und Helligkeitsunterschieden vor. Dieser Contrast erscheint auf dem Gemälde ebenso gut, wie in der Wirklichkeit, und ist den Malern wohlbekannt. Ihre Farbengemische sehen auf der Palette oft ganz anders aus, als sie nachher im Gemälde erscheinen. Die hierher gehörigen Farbenänderungen sind oft ausserordentlich auffallend; doch unterlasse ich hier näher darauf einzugehen, weil sie keine Abweichung zwischen dem Gemälde und der Wirklichkeit bedingen.

Die zweite für uns wichtigere Classe der Contrasterscheinungen zeigt sich bei Bewegungen des Blickes, und zwar vorzugsweise zwischen Feldern von grösseren Helligkeits- und Farbenunterschieden. Wenn der Blick über helle und dunkle oder farbige Gegenstände und Flächen hingleitet, wird der Eindruck jeder Farbe verändert, indem sie sich auf Theilen der Netzhaut abbildet, die unmittelbar vorher von anderen Farben und Lichtern getroffen waren und dadurch in ihrer Reizempfänglichkeit verändert worden sind. Diese Art des Contrastes ist deshalb wesentlich von Augenbewegungen abhängig und von Chevreul daher als successiver Contrast bezeichnet worden.

Wir haben schon vorher gesehen, dass die Netzhaut unseres Auges im Dunkeln empfindlicher gegen schwaches Licht wird, als sie vorher war. Durch starkes Licht dagegen wird sie abgestumpft und unempfindlicher gegen schwache Lichter, die sie vorher wahrgenommen hatte. Wir hatten diesen letzteren Vorgang als Ermüdung der Netzhaut bezeichnet, als eine Erschöpfung der Leistungsfähigkeit der Netzhaut durch ihre Thätigkeit selbst, wie es ähnlich die Ermüdung der Muskeln ist.

Zunächst ist nun zu erwähnen, dass die Ermüdung der Netzhaut durch Licht sich nicht nothwendig auf die ganze Fläche derselben ausdehnt, sondern, wenn nur ein kleiner Theil dieser Membran durch ein beschränktes helles Bildchen getroffen ist, auch nur in diesem Theile sich örtlich beschränkt entwickeln kann.

Sie Alle werden die dunklen Flecke kennen, welche sich auf dem Gesichtsfelde herum bewegen, wenn man auch nur kurze Zeit nach der untergehenden Sonne geblickt hat, und welche die Physiologen als negative Nachbilder der Sonne zu bezeichnen pflegen. Dieselben entstehen dadurch, dass nur diejenigen Theile der Netzhaut, welche von dem Bilde der Sonne im Auge wirklich getroffen wurden, für neue Lichtwirkung unempfindlicher geworden sind. Blickt man mit einem solchen local ermüdeten Auge nun auf eine gleichmässig helle Fläche, zum Beispiel das Himmelsgewölbe, so

empfinden die ermüdeten Theile der Netzhaut den auf sie fallenden Theil des Bildes im Auge schwächer und dunkler als ihre Nachbarn, so dass der Beschauer dunkle Flecke am Himmel zu sehen glaubt, die sich mit seinem Blicke hin- und herbewegen. Er hat dann nebeneinander vor sich in den hellen Theilen der Himmelsfläche den Eindruck, den diese auf die nicht ermüdeten Theile der Netzhaut macht, in den dunkeln Flecken dagegen die Wirkung auf die ermüdeten Theile. So helle Gegenstände, wie die Sonne, rufen negative Nachbilder allerdings am auffallendsten hervor; aber bei einiger Aufmerksamkeit beobachtet man dieselben auch nach viel mässigeren Lichteindrücken. Nur braucht man längere Zeit, um das Nachbild von solchen deutlich erkennbar zu entwickeln, und man muss dabei sehr fest einen bestimmten Punkt des hellen Objectes fixiren, ohne das Auge zu bewegen, damit das Bild desselben fest auf der Netzhaut liege, und nur eine wohlbegrenzte Stelle der Netzhaut erregt und ermüdet werde, gerade so, wie es zur Erzeugung scharfer photographischer Porträts nöthig ist, dass der Abzubildende sich während der Expositionszeit nicht bewege, damit sein Bild auf der photographischen Platte sich nicht hin- und herschiebe. Das Nachbild im Auge ist gleichsam eine Photographie auf der Netzhaut, die durch die veränderte Empfindlichkeit gegen neues Licht sichtbar wird, aber nur kurze Zeit stehen bleibt, desto länger, je stärker und dauernder die Lichtwirkung war.

War der fixirte Gegenstand farbig, zum Beispiel rothes Papier, so ist das Nachbild auf grauem Grunde complementär gefärbt, in diesem Falle also grünblau*). Rosenrothes Papier giebt dagegen ein rein grünes Nachbild, grünes ein rosenrothes, blaues ein gelbes und gelbes ein blaues. Diese Erscheinungen zeigen, dass in der Netzhaut auch eine theilweise Ermüdung in Bezug auf die verschiedenen Farben möglich ist. Nach Th. Young's**) Hypothese von der Existenz dreier Fasersysteme im Sehnerven, von denen das

*) Um diese Art Nachbilder möglichst deutlich zu sehen, thut man gut alle Augenbewegungen zu vermeiden. Man zeichne auf ein grosses Blatt dunkelgrauen Papieres ein schwarzes Kreuzchen, dessen Mitte man andauernd fest fixire und schiebe dann von der Seite ein viereckiges Blatt Papier von derjenigen Farbe heran, deren Nachbild man beobachten will, so dass eine der Ecken das Kreuzchen berührt. Man lasse das Blatt ein bis zwei Minuten fest liegen, indem man unverwandt das Kreuzchen fixirt, und ziehe es dann plötzlich weg, ohne in der genannten Fixation nachzulassen. Dann sieht man an Stelle des weggezogenen Blattes auf dem dunkeln Grunde das Nachbild erscheinen.

**) S. Heft II. S. 47.

eine bei jeder Art der Reizung Roth empfindet, das zweite Grün, das dritte Violett, werden bei grüner Beleuchtung nur die grünempfindenden Fasern der Netzhaut kräftig erregt und ermüdet. Wird derselbe Theil der Netzhaut nachher weiss beleuchtet, so ist die Empfindung des Grün abgeschwächt, die des Roth und Violett lebhaft und überwiegend; deren Summe giebt alsdann den Gesammteindruck von Purpur, der sich mit dem unveränderten Weiss des Grundes zu Rosenroth mischt.

Bei der gewöhnlichen Betrachtung lichter und farbiger Objecte pflegen wir nun nicht dauernd ein und denselben Punkt zu fixiren, weil wir, mit dem Blicke dem Spiele unserer Aufmerksamkeit folgend, ihn immer neuen Theilen der Objecte zuwenden, wie sie uns gerade interessiren. Diese Art des Betrachtens, wobei sich demgemäss auch das Auge fortwährend bewegt und das Netzhautbild auf der Netzhaut hin- und hergleitet, hat ausserdem den Vortheil die Störungen des Sehens zu vermeiden, welche starke und dauernde Nachbilder mit sich führen würden. Doch fehlen Nachbilder auch hierbei nicht ganz, sie sind nur verwaschen in ihren Contouren und sehr flüchtig in ihrer Dauer.

Liegt nun ein rothes Feld auf grauem Grunde, und bewegt sich unser Blick vom Roth über den Rand zum Grau, so werden die Randtheile des Grau von einem solchen Nachbilde des Roth getroffen und erscheinen schwach blaugrün gefärbt. Da aber das Nachbild schnell schwindet, so sind es meist nur die dem Roth am nächsten liegenden Theile des Grau, die die Veränderung in merklichem Grade zeigen.

Auch dies ist eine Erscheinung, die durch helles Licht und glänzende gesättigte Farben stärker als durch schwächeres Licht und stumpfere Farben hervorgerufen wird. Der Künstler aber arbeitet vorzugsweise mit den letzteren. Die meisten Farbentöne erzeugt er sich durch Mischung; jeder gemischte Farbstoff ist aber grauer und stumpfer als die reinen Farben, aus denen er gemischt ist, und selbst die wenigen reinen Farbstoffe von sehr gesättigter Farbe, wie Zinnober und Ultramarin, welche die Oelmalerei verwenden kann, sind verhältnissmässig dunkel. Die lichtstarken Farben des Aquarell und der farbigen Kreiden wiederum sind verhältnissmässig weisslich. Daher sind im Allgemeinen so lebhafte Contrastwirkungen, wie sie an stark gefärbten und stark beleuchteten Objecten in der Natur beobachtet werden, von ihrer Darstellung im Gemälde nicht zu erwarten. Will also der Künstler den Gesichtseindruck, den die Objecte geben, mit den Farben, die ihm zu Gebot

stehen, möglichst eindringlich wiedergeben, so muss er auch die Contraste malen, welche jene erzeugen. Wären die Farben auf dem Gemälde ebenso glänzend und lichtstark, wie an den wirklichen Objecten, so würden sich auch die Contraste vor jenem ebenso gut von selbst erzeugen, wie vor diesen. Auch hier müssen also subjective Phänomene des Auges objectiv auf das Gemälde gesetzt werden, weil die Scala der Farben und Helligkeiten auf letzterem eine abweichende ist.

So werden Sie bei einiger Aufmerksamkeit finden, wie der Regel nach Maler und Zeichner eine ebene, gleichmässig erleuchtete Fläche da heller machen, wo sie an Dunkel, dunkler, wo sie an Hell stösst. Sie werden finden, dass gleichmässig graue Flächen gegen Gelb abgetönt werden, wo hinter ihnen am Rande Blau zum Vorschein kommt, gegen Rosa, wo sie an Grün stossen, vorausgesetzt, dass kein vom Blau oder Grün reflectirtes Licht auf das Grau fallen kann. Wo einzelne Sonnenstrahlen durch das grüne Laubdach eines Waldes dringend den Boden treffen, erscheinen sie dem gegen das herrschende Grün ermüdeten Auge rosenroth gefärbt, und dem rothgelben Kerzenlicht gegenüber erscheint das durch eine Spalte einfallende weisse Tageslicht blau. So malt sie in der That auch der Maler, da die Farben seines Gemäldes nicht leuchtend genug sind, um ohne solche Nachhilfe den Contrast hervorzubringen.

An die Reihe dieser subjectiven Erscheinungen, welche die Künstler auf ihren Gemälden objectiv darzustellen genöthigt sind, schliessen sich auch noch gewisse Erscheinungen der Irradiation. Man versteht darunter Fälle, wo im Gesichtsfeld irgend ein sehr helles Object steht, und das Licht oder die Farbe desselben über die Nachbarschaft sich ausbreitet. Die Erscheinung ist desto auffallender, je heller das irradiirende Object ist, und der über die Nachbarschaft ausgegossene Lichtschein ist in der unmittelbarsten Nähe des hellen Objectes am stärksten, nimmt dagegen in grösserer Entfernung an Stärke ab. Am auffallendsten sind die Irradiationserscheinungen rings um ein sehr helles Licht auf dunklem Grunde. Verdeckt man dem Auge den Anblick der Flamme selbst durch einen schmalen dunkeln Gegenstand, zum Beispiel einen Finger, so sieht man gleichzeitig einen hellen nebeligen Schein schwinden, der die ganze Nachbarschaft überdeckt, und man erkennt deutlicher die Gegenstände, die sich in dem dunkeln Theile des Gesichtsfeldes etwa befinden. Deckt man sich die Flamme halb zu mit einem Lineal, so scheint dieses eingekerbt zu sein an der

Stelle, wo die Flamme darüber hervorragt. Hierbei ist der Lichtschein in der Nähe der Flamme so intensiv, dass man seine Helligkeit von der der Flamme selbst schon nicht mehr unterscheidet; die Flamme erscheint, wie es übrigens mit jedem sehr hellen Objecte der Fall ist, vergrössert und gleichsam übergreifend über die benachbarten dunkeln Objecte.

Der Grund dieser Erscheinungen ist übrigens ein ganz ähnlicher, wie der der sogenannten Luftperspective; es sind Lichtausbreitungen, welche von dem Durchgange des Lichtes durch trübe Medien herrühren, nur dass für die Erscheinungen der Luftperspective die Trübung in der Luft vor dem Auge zu suchen ist, für die eigentlichen Irradiationserscheinungen aber in den durchsichtigen Medien des Auges selbst. Es zeigt sich bei scharfer Beleuchtung des gesundesten menschlichen Auges, am besten von der Seite her mit einem durch eine Brennlinse concentrirten Bündel von Sonnenstrahlen, dass die Hornhaut und die Krystallinse nicht vollkommen klar sind. Scharf beleuchtet erscheinen beide etwas weisslich, wie durch einen feinen Nebel getrübt. In der That sind beides Gewebe von faserigem Bau, die in ihrer Structur deshalb nicht so homogen sind, wie eine reine Flüssigkeit oder ein reiner Krystall. Jede kleinste Ungleichartigkeit in der Structur eines durchsichtigen Körpers ist aber im Stande, etwas von dem auffallenden Lichte zurückzuwerfen, beziehlich nach allen Seiten hin zu zerstreuen *).

Die Erscheinungen der Irradiation kommen übrigens auch bei mässigeren Graden der Helligkeit zu Stande. Eine dunkele Oeffnung in einem farbigen von der Sonne beleuchteten Papierblatte oder ein dunkeles kleines Object auf einer farbigen Glasplatte, die man gegen den hellen Himmel hält, erscheinen ebenfalls mit der Farbe der umliegenden Fläche übergossen.

Die Erscheinungen der Irradiation sind demgemäss denen, welche die Trübung der Luft hervorbringt, sehr ähnlich. Der einzige wesentliche Unterschied besteht darin, dass die Trübung durch beleuchtete Luft vor ferneren Gegenständen, die mehr Luft vor sich haben, stärker ist als vor näheren Gegenständen, während die Irradiation im Auge ihren Schein gleichmässig über nahe und ferne Gegenstände ausgiesst.

---

*) Ich übergehe hier die Ansicht, wonach die Irradiation im Auge auf einer Ausbreitung der Erregung in der Nervensubstanz beruhen soll, weil mir dieselbe zu hypothetisch erscheint. Uebrigens kommt es bei dem vorliegenden Thema nur auf die Phänomene an, und nicht auf deren Ursache.

Auch die Irradiation gehört zu den subjectiven Erscheinungen des Auges, die der Künstler objectiv nachahmt, weil die gemalten Lichter und das gemalte Sonnenlicht nicht lichtstark genug sind, ihrerseits eine deutlich wahrnehmbare Irradiation im Auge des Beschauers hervorzubringen.

Ich habe schon vorher die Darstellung, welche der Maler von den Lichtern und Farben seiner Objecte zu geben hat, als eine Uebersetzung bezeichnet und hervorgehoben, dass sie in der Regel eine in allen Einzelheiten getreue Abschrift gar nicht sein könnte. Die veränderte Scala der Helligkeiten, welche der Künstler in vielen Fällen anwenden muss, steht dem schon im Wege. Es sind nicht die Körperfarben der Objecte, sondern es ist der Gesichtseindruck, den sie gegeben haben oder geben würden, so nachzuahmen, dass eine möglichst deutliche und lebendige Anschauungsvorstellung von jenen Objecten entsteht. Indem der Maler die Licht- und Farbenscala, in der er seine Darstellung ausführt, ändern muss, ändert er nur etwas, was an den Gegenständen selbst mannigfachem Wechsel je nach der Beleuchtung und nach der Ermüdung des Auges unterworfen ist. Er behält das Wesentlichere bei, nämlich die Abstufungen der Helligkeit und Farbe. Hierbei drängen sich, wie wir gesehen haben, eine Reihe von Erscheinungen auf, die von der Art, wie unser Auge auf den äusseren Reiz antwortet, bedingt sind, und weil sie von der Stärke dieses Reizes abhängen, nicht unmittelbar durch die geänderten Lichtstärken und Farben des Gemäldes hervorgerufen werden. Diese subjectiven Erscheinungen, welche beim Anblick der Objecte eintreten, würden fehlen, wenn der Maler sie nicht objectiv auf seiner Leinwand darstellte. Die Thatsache, dass sie dargestellt werden, ist besonders bezeichnend für die Art der Aufgabe, die in der malerischen Darstellung zu lösen ist.

Nun spielt aber in jeder Uebersetzung die Individualität des Uebersetzers ihre Rolle. Bei der malerischen Uebertragung bleiben viele einflussreiche Verhältnisse der Wahl des Künstlers frei überlassen, um sie je nach individueller Vorliebe oder nach den Erfordernissen seines Gegenstandes zu entscheiden. Er kann die absolute Helligkeit seiner Farben innerhalb gewisser Grenzen frei wählen, ebenso die Grösse der Lichtabstufungen. Er kann letztere, wie Rembrandt, übertreiben, um kraftvolles Relief zu erhalten, oder sie verkleinern, wie etwa Fra Angelico und seine modernen Nachahmer, um die irdischen Schatten in den Darstellungen heiliger Gegenstände zu mildern. Er kann, wie die Holländer, das

in der Atmosphäre verbreitete Licht, bald sonnig, bald bleich, warm oder kalt hervorheben, und dadurch die der Beleuchtung und den Witterungszuständen abhängigen Stimmungen im Beschauer wachrufen, oder er kann durch ungetrübte Luft, gleichsam objectiv klar und von subjectiven Stimmungen unbeeinflusst, seine Gestalten hervortreten lassen. Dadurch ist eine grosse Mannigfaltigkeit in dem bedingt, was die Künstler den „Stil“ oder die „Vortragsweise“ nennen, und zwar in den rein malerischen Elementen derselben.

IV. Die Farbenharmonie.

Hier drängt sich nun naturgemäss die Frage auf: Wenn der Künstler wegen der geringen Lichtmenge und Sättigung seiner Farben auf allerlei indirecten Wegen, durch Nachahmung subjectiver Erscheinungen eine möglichst grosse, aber nothwendig immer unvollkommene Aehnlichkeit mit der Wirklichkeit zu erringen gezwungen wird, wäre es nicht zweckmässiger nach Mitteln zu suchen, um diesen Uebelständen abzuhelfen. Und solche giebt es ja. Frescogemälde zeigen sich ja zuweilen in vollem Sonnenschein, Transparentbilder und Glasmalereien können viel höhere Grade der Helligkeit, viel gesättigtere Farben benutzen, bei Dioramen und Theaterdecorationen können wir mit starker künstlicher Beleuchtung, nöthigenfalls mit elektrischem Lichte nachhelfen. Aber schon indem ich diese Zweige der Kunst aufzähle, wird Ihnen auffallen, dass diejenigen Werke, welche wir als höchste Meisterstücke der Malerei bewundern, nicht da hinein gehören; sondern dass bei weitem die meisten der grossen Kunstwerke mit den verhältnissmässig dunkeln Tempera- und Oelfarben, oder mindestens für Räume mit gemässigtem Licht ausgeführt worden sind. Wären höhere künstlerische Wirkungen mit sonnenbeleuchteten Farben zu erreichen, wir würden unzweifelhaft Gemälde haben, die davon Vortheil zögen. Die Frescomalerei würde dazu übergeleitet haben; oder die Versuche von Münchens berühmtem Optiker Steinheil, die dieser in naturwissenschaftlichem Interesse anstellte, nämlich Oelgemälde herzustellen, die im vollen Sonnenschein betrachtet werden sollten, würden nicht vereinzelt geblieben sein.

Somit scheint die Erfahrung zu lehren, dass die Mässigung des Lichtes und der Farben in den Gemälden sogar noch ein Vor-

theil ist; und wir brauchen nur sonnenbeschienene Frescogemälde, z. B. die der neuen Pinakothek in München, zu betrachten, so erfahren wir auch gleich, worin dieser Vortheil besteht. Deren Helligkeit ist nämlich so gross, dass wir sie kaum dauernd betrachten können. Und was in diesem Falle dem Auge so schmerzhaft und ermüdend wird, würde sich in geringerem Grade ja immer geltend machen, sobald in einem Gemälde auch nur stellenweise und in mässigerer Verwendung lichtstärkere Farben vorkämen, die den häufig dargestellten Graden hellen Sonnenscheins und über das Bild ausgegossener Lichtfülle entsprächen. Viel eher gelingt mit künstlicher Beleuchtung in Dioramen und Theaterdecorationen eine genauere Nachahmung des schwachen Lichtes des Mondscheins.

Wir dürfen also wohl in der That die Naturwahrheit eines schönen Gemäldes als eine veredelte Naturtreue bezeichnen. Ein solches giebt alles Wesentliche des Eindruckes wieder und erreicht volle Lebendigkeit der Anschauung, aber ohne das Auge durch die grellen Lichter der Wirklichkeit zu verletzen und zu ermüden. Die Abweichungen zwischen Kunst und Natur beschränken sich, wie schon erörtert wurde, hauptsächlich auf solche Verhältnisse, die wir auch der Wirklichkeit gegenüber nur schwankend und unsicher zu beurtheilen vermögen, wie die absoluten Lichtstärken.

Das sinnlich Angenehme, die nur wohlthuende aber nicht ermattende Erregung unserer Nerven, das Gefühl des Wohlseins in ihnen, entspricht hier, wie auch sonst, denjenigen Bedingungen, welche für die Wahrnehmung der Aussenwelt die günstigsten sind, welche die feinste Unterscheidung und Beobachtung zulassen.

Dass bei einer gewissen mittleren Helligkeit die Unterscheidung der zartesten Schatten und der durch sie ausgedrückten Modellirung der Flächen die feinste sei, ist oben schon erwähnt worden. Ich möchte Ihre Aufmerksamkeit hier noch einem anderen Punkte zulenken, der für die Malerei gerade grosse Wichtigkeit hat, nämlich der natürlichen Lust an den Farben, die unverkennbar einen grossen Einfluss auf unser Wohlgefallen an den Werken der Malerei hat. In seinen einfachsten Aeusserungen, als Lust an bunten Blumen, Federn, Steinen, an Feuerwerk und bengalischer Beleuchtung, hat dieser Trieb mit dem Kunsttrieb des Menschen noch nicht viel zu schaffen, sondern erscheint nur als die natürliche Lust des empfindenden Organismus an wechselnder und mannigfacher Erregung seiner verschiedenen Empfindungsnerven, die für das gesunde Fortbestehen und die Leistungsfähigkeit derselben noth-

wendig ist. Aber die durchgreifende Zweckmässigkeit in dem Bau der lebenden Organismen, woher sie auch stammen möge, lässt es nicht zu, dass in der Majorität der gesunden Individuen ein Trieb sich ausbilde oder erhalte, der nicht bestimmten Zwecken diene.

Für die Lust am Licht und an den Farben, der Scheu vor der Finsterniss haben wir in dieser Beziehung nicht weit zu suchen; sie fällt zusammen mit dem Streben zu sehen, und die umgebenden Gegenstände zu erkennen. Die Finsterniss verdankt den grösseren Theil des Grauens, welches sie einflösst, offenbar der Furcht vor dem Unbekannten und Unerkennbaren, dem man sich gegenübergestellt sieht. Ein farbiges Bild giebt eine viel genauere, reichere und leichtere Anschauung der dargestellten Gegenstände als eine gleich ausgeführte Zeichnung, welche nur die Gegensätze des Hell und Dunkel bewahrt. Letztere bewahrt auch das Gemälde; auf ihm kommen aber dazu noch die Unterscheidungsmerkmale, welche die Farben darbieten, durch welche Flächen, die in der Zeichnung gleich hell erscheinen, bald als verschiedenfarbig verschiedenen Objecten zugewiesen werden, bald gleichfarbig sich als Theile desselben oder gleichartiger Objecte darbieten. Indem der Künstler diese natürlich gegebenen Beziehungen benutzt, wird es ihm leicht durch hervortretende Farben die Aufmerksamkeit des Beschauers auf die Hauptgegenstände des Gemäldes hinzulenken und an diese zu fesseln, durch die Verschiedenheit der Gewänder die Figuren von einander zu trennen, jede einzelne aber in sich zusammenzuhalten. Ja selbst die natürliche Lust an den reinen stark gesättigten Farben findet in dieser Richtung ihre Rechtfertigung. Es verhält sich mit diesen wie in der Musik mit den vollen, reinen, wohltönenden Klängen einer schönen Stimme. Eine solche ist ausdrucksvoller; das heisst jede kleinste Aenderung ihrer Tonhöhe oder Klangfarbe, jede kleine Unterbrechung, jedes Zittern, jede Schwellung oder Abschwellung derselben giebt sich viel deutlicher augenblicklich dem Hörer zu erkennen, als dasselbe bei einer weniger regelmässig abfliessenden Tonbewegung der Fall sein würde, und es scheint auch, dass der starke Empfindungsreiz, den sie im Ohre des Hörers hervorruft, viel gewaltiger als ein schwächerer Reiz gleicher Art Vorstellungsverbindungen und Affecte wachruft. Aehnlich verhält es sich mit den reinen Farben. Eine reine Grundfarbe verhält sich kleinen Einmischungen anderer Farben gegenüber wie ein dunkler Grund, auf welchem der kleinste Lichthauch sichtbar wird. Wie empfindlich Kleiderstoffe von gleichmässig gesättigter Farbe gegen Beschmutzung sind im Vergleich mit der

Unempfindlichkeit grauer oder graubrauner Stoffe, wird jede der anwesenden Damen oft genug erfahren haben. Es entspricht dies auch den Folgerungen aus der Young'schen Farbentheorie. Nach dieser rührt die Empfindung jeder der Grundfarben von der Erregung nur einer Art farbenempfindender Fasern her, während die beiden anderen Arten in Ruhe sind, oder wenigstens nur verhältnissmässig schwach erregt werden. Eine glänzende gesättigte Farbe giebt also starke Erregung und daneben doch grosse Empfindlichkeit in den zur Zeit ruhenden Fasersystemen des Sehnerven gegen Einmischung anderer Farben. Die Modellirung einer farbigen Fläche beruht aber zum grossen Theil auf den Reflexen des andersfarbigen Lichtes, welches von aussen auf sie fällt. Namentlich wenn der Stoff glänzt, sind die Reflexe der glänzenden Stellen überwiegend von der Farbe des beleuchtenden Lichtes; in der Tiefe der Falten dagegen reflectirt die farbige Fläche gegen sich selbst, und macht dadurch ihre eigene Farbe noch gesättigter. Eine weisse Fläche dagegen von grösserer Helligkeit wird blendend und dadurch unempfindlich gegen schwache Schattenabstufungen. So können starke Farben durch die starke Erregung, die sie hervorbringen, das Auge des Beschauers mächtig fesseln und doch ausdrucksvoll für die zarteste Aenderung der Modellirung oder der Beleuchtung, das heisst also ausdrucksvoll im malerischen Sinne sein.

Bedecken sie andererseits zu grosse Flächen, so bringen sie schnell Ermüdung für die hervorstechende Farbe und Abstumpfung der Empfindlichkeit gegen dieselbe hervor. Diese Farbe selbst wird dann grauer und auf allen anders gefärbten Flächen kommt ihre Complementärfarbe zum Vorschein, namentlich auf grauen oder schwarzen Flächen; daher allzu lebhaft gefärbte einfarbige Kleider und noch mehr Tapeten etwas Beunruhigendes und Ermüdendes haben; die Kleider ausserdem für die Trägerin den Nachtheil bringen, dass sie Gesicht und Hände mit der Complementärfarbe überziehen. Blau erzeugt dabei Gelb, Violett giebt Grüngelb, Purpurroth Grün, Scharlachroth Blaugrün und umgekehrt giebt Gelb Blau u. s. w. Für den Künstler tritt ausserdem noch der Umstand in Betracht, dass die Farbe für ihn ein einflussreiches Mittel ist die Aufmerksamkeit des Beschauers nach seinem Willen zu leiten. Um dies zu können, muss er aber die gesättigten Farben sparsam anwenden, sonst zerstreuen sie die Aufmerksamkeit, das Bild wird bunt. Andererseits wird es nöthig die einseitige Ermüdung des beschauenden Auges durch eine zu hervorstechende

Farbe zu vermeiden. Das geschieht entweder dadurch, dass die hervorstechende Farbe in mässiger Ausdehnung auf stumpfem, schwach gefärbtem Grunde angebracht wird, oder aber durch Nebeneinanderstellung verschiedener gesättigter Farben, die ein gewisses Gleichgewicht der Erregung im Auge hervorbringen, und sich gegenseitig im Contrast durch ihre Nachbilder auffrischen und steigern. Eine grüne Fläche nämlich, auf welche das grüne Nachbild einer vorher gesehenen purpurrothen fällt, erscheint in viel gesättigterem Grün, als ohne ein solches Nachbild. Durch die Ermüdung gegen Purpur, das heisst gegen Roth und Violett, wird die Einmischung jeder Spur dieser beiden anderen Farben in das Grün abgeschwächt, während dieses selbst seinen vollen Eindruck hervorbringt. Auf diese Weise wird die Empfindung des Grün von jeder fremden Einmischung gereinigt. Selbst das reinste und gesättigteste Grün, was uns die Aussenwelt im prismatischen Farbenspectrum zeigt, kann auf diese Weise noch eine grössere Sättigung gewinnen. So findet man, dass auch die übrigen oben genannten Paare von Complementärfarben durch ihren Contrast sich gegenseitig glänzender machen, während Farben, die einander sehr nahe stehen, sich durch ihre Nachbilder gegenseitig schädigen und grau machen.

Diese Beziehungen der Farben zu einander haben offenbar einen grossen Einfluss auf den Grad des Wohlgefallens, welches uns verschiedene Farbenzusammenstellungen gewähren. Man kann ohne Schaden zwei Farben zusammenstellen, die einander so ähnlich sind, dass sie wie Abänderungen derselben Farbe, erzeugt durch verschiedene Beleuchtung und Beschattung, erscheinen. So kann man auf Scharlachroth schattigere Theile Carminroth, oder auf Strohgelb die letzteren Goldgelb machen. Geht man aber über diese Grenze hinaus, so kommt man zu hässlichen Zusammenstellungen, wie Carminroth und Orange (Gelbroth) oder Orange und Strohgelb. Man muss dann den Abstand der Farben vergrössern, um wieder zu angenehmen Zusammenstellungen zu kommen. Die am fernsten von einander stehenden Paare sind die Complementärfarben. Diese zusammengestellt, wie Strohgelb und Ultramarinblau, oder Spangrün und Purpur, haben etwas Nüchternes und Grelles, vielleicht weil wir die zweite Farbe schon überall als Nachbild der ersten auftreten zu sehen erwarten müssen, und die zweite Farbe deshalb nicht hinreichend als neues selbstständiges Element der Verbindung sich zu erkennen giebt. Es sind deshalb im Ganzen die Verbindungen solcher Paare am

gefälligsten, bei denen die zweite Farbe der Complementärfarbe der ersten nahe kommt, aber doch noch mit deutlicher Abweichung. So sind Scharlachroth und grünliches Blau complementär. Gefälliger aber als dieses Paar wird die Zusammenstellung, wenn wir das grünliche Blau entweder in Ultramarinblau oder in gelbliches Grün (Blattgrün) übergehen lassen. Im letzteren Falle hat dann die Zusammenstellung ein Uebergewicht nach der Seite des Gelb, im ersteren nach der Seite des Rosenroth. Noch befriedigender als solche Farbenpaare sind aber Zusammenstellungen von je drei Farben, welche das Gleichgewicht des Farbeneindruckes herstellen und dadurch trotz starker Farbenfülle einseitige Ermüdung des Auges vermeiden, ohne doch in die Kahlheit der complementären Zusammenstellungen zu verfallen. Dahin gehört die vielgebrauchte Zusammenstellung der venetianischen Meister Roth, Grün, Violett, und Paul Veronese's Purpurroth, grünlich Blau und Gelb. Die erstere Triade entspricht annähernd den drei physiologischen Grundfarben, so weit diese durch Farbstoffe herzustellen sind, die letztere giebt die drei Mischungen aus je zwei Grundfarben. Uebrigens ist zu bemerken, dass feste Regeln über die Harmonie der Farben von ähnlicher Präcision und Sicherheit, wie sie für die Consonanz der Töne gelten, sich bisher noch nicht haben aufstellen lassen. Im Gegentheil zeigt die Durchmusterung der Thatsachen *), dass eine Menge von Nebeneinflüssen sich dabei geltend machen, namentlich sobald die farbige Fläche gleichzeitig ganz oder theilweise eine Darstellung von Naturobjecten oder von körperlichen Formen geben soll, oder auch nur Aehnlichkeit mit der Darstellung eines Reliefs, beschatteter und nicht beschatteter Flächen darbietet. Ausserdem ist es oft schwierig auch nur thatsächlich festzustellen, welche Farben es eigentlich sind, die den harmonischen Eindruck erzeugen. Im höchsten Grade ist dies der Fall auf den eigentlichen Gemälden, wo die Luftfärbung, die farbigen Reflexe und Schatten den Farbenton jeder einzelnen farbigen Fläche, wenn sie nicht ganz eben ist, so mannigfach verändern, dass eine eindeutige Bestimmung ihres Farbentones kaum zu geben ist. Ausserdem ist in solchen die directe Farbenwirkung auf das Auge nur ein untergeordnetes Hilfsmittel, da andererseits die hervortretenden Farben und Lichter auch wesentlich der Hinlenkung der

---

*) Siehe darüber: E. Brücke, die Physiologie der Farben für die Zwecke der Kunstgewerbe. Leipzig, 1866. — W. v. Bezold, die Farbenlehre im Hinblick auf Kunst und Kunstgewerbe. Braunschweig, 1874.

Aufmerksamkeit auf die wichtigeren Punkte der Darstellung dienen müssen. Neben diesen mehr poetischen und psychologischen Momenten der Darstellung treten die Rücksichten auf die wohlthätige Wirkung der Farben weit zurück. Nur in der reinen Ornamentik auf Teppichen, Gewändern, Bändern, architektonischen Flächen waltet das blosse Gefallen an den Farben ziemlich frei und kann sich nach seinen eigenen Gesetzen entwickeln.

In den Gemälden herrscht übrigens in der Regel nicht volles Gleichgewicht zwischen den verschiedenen Farben, sondern es herrscht eine derselben bis zu einem gewissen Grade vor, die der Farbe der herrschenden Beleuchtung entspricht. Das wird zunächst schon durch die naturgetreue Nachahmung der physikalischen Verhältnisse bedingt. Ist die Beleuchtung reich an gelbem Licht, so werden gelbe Farben leuchtender und glänzender erscheinen, als blaue; denn gelbe Körper sind solche, die gelbes Licht vorzugsweise gut reflectiren, während dasselbe von blauen nur schwach zurückgeworfen, grossentheils verschluckt wird. Im Gegentheil wird sich vor den beschatteten Theilen der blauen Körper das gelbe Luftlicht geltend machen und das Blau mehr oder weniger zu Grau abstumpfen. Dasselbe wird in geringerem Maasse auch vor Roth und Grün geschehen, so dass auch diese Farben in ihren beschatteten Theilen ins Gelbliche hinübergezogen werden. Weiter entspricht dieses Verhältniss aber auch in hohem Grade den ästhetischen Forderungen der künstlerischen Einheit der Farbencomposition. Es wird dadurch bedingt, dass auch die abweichenden Farben überall, am deutlichsten in ihren beschatteten Theilen, die Beziehung auf die herrschende Farbe des Gemäldes zeigen und auf diese hinweisen. Wo dies fehlt, fallen die verschiedenen Farben hart und grell auseinander und machen, da jede die Aufmerksamkeit an sich fesselt, einerseits einen bunten und zerstreuenden Eindruck, andererseits einen kalten, da der Anschein eines über die Objecte ausgegossenen Lichtscheines mangelt.

Ein natürliches Vorbild für die künstlerische Harmonie, welche eine wohldurchgeführte Beleuchtung der Luftmassen in einem Gemälde hervorzubringen vermag, haben wir in der Sonnenuntergangsbeleuchtung, welche auch über die ärmlichste Gegend ein Meer von Licht und Farben auszugiessen und sie dadurch harmonisch zu verklären vermag. Der natürliche Grund für die Steigerung der Luftbeleuchtung liegt hierbei darin, dass die trüberen unteren Luftschichten nahehin in der Richtung der Sonne liegen und daher viel stärker reflectiren, während zugleich die rothgelbe

Farbe des durch die Atmosphäre gegangenen Lichtes sich deutlicher entwickelt auf dem langen Wege, den dieses dann gerade durch die getrübtesten Luftschichten zurückzulegen hat, und dass ferner diese Färbung bei der eintretenden Beschattung des Hintergrundes stärker hervortritt.

Wenn wir die Summe der angestellten Betrachtungen noch einmal kurz zusammenfassen wollen, so haben wir zunächst gesehen, welchen Beschränkungen die Forderung der Naturwahrheit in der malerischen Darstellung unterliegt, wie das hauptsächlichste von der Natur uns gewährte Hilfsmittel die Tiefenausdehnung des Gesichtsfeldes zu erkennen, nämlich das zweiäugige Sehen, dem Maler fehlt, oder sich vielmehr gegen ihn kehrt, indem es uns unzweideutig die Flachheit des Gemäldes anzeigt, wie deshalb der Künstler theils die perspectivische Anordnung seiner Gegenstände, ihre Lage und Wendung, theils die Beleuchtung und Beschattung geschickt wählen muss, um uns ein unmittelbar verständliches Bild ihrer Grösse, Gestalt und Entfernung zu geben, und wie schon in diesem Gebiete sich die getreue Darstellung des Luftlichtes als eines der wichtigsten Mittel, diesen Zweck zu erreichen, zeigte.

Dann haben wir gesehen, dass auch die Scala der Lichtstärke, wie sie uns an den Objecten entgegentritt, auf dem Gemälde in eine total, zuweilen um das Hundertfache abweichende Scala verwandelt werden muss, wie dabei keineswegs die Körperfarbe der Gegenstände einfach durch die Körperfarbe des Farbengemisches nachgeahmt werden darf, wie vielmehr einflussreiche Aenderungen in der Vertheilung von Licht und Dunkel, von gelblichen und bläulichen Farbentönen nöthig werden.

Der Künstler kann die Natur nicht abschreiben, er muss sie übersetzen; dennoch kann diese Uebersetzung uns einen im höchsten Grade anschaulichen und eindringlichen Eindruck nicht bloss der dargestellten Gegenstände, sondern selbst der im höchsten Grade veränderten Lichtstärken geben, unter denen wir sie sehen. Ja, die veränderte Scala der Lichtstärken erweist sich sogar in vielen Fällen als vortheilhaft, indem sie Alles beseitigt, was an den wirklichen Gegenständen zu blendend und zu ermüdend für das Auge ist. So ist die Nachahmung der Natur in dem Gemälde zugleich eine Veredlung des Sinneneindruckes. Wir können auch in dieser Beziehung der Betrachtung des Kunstwerkes ruhiger und

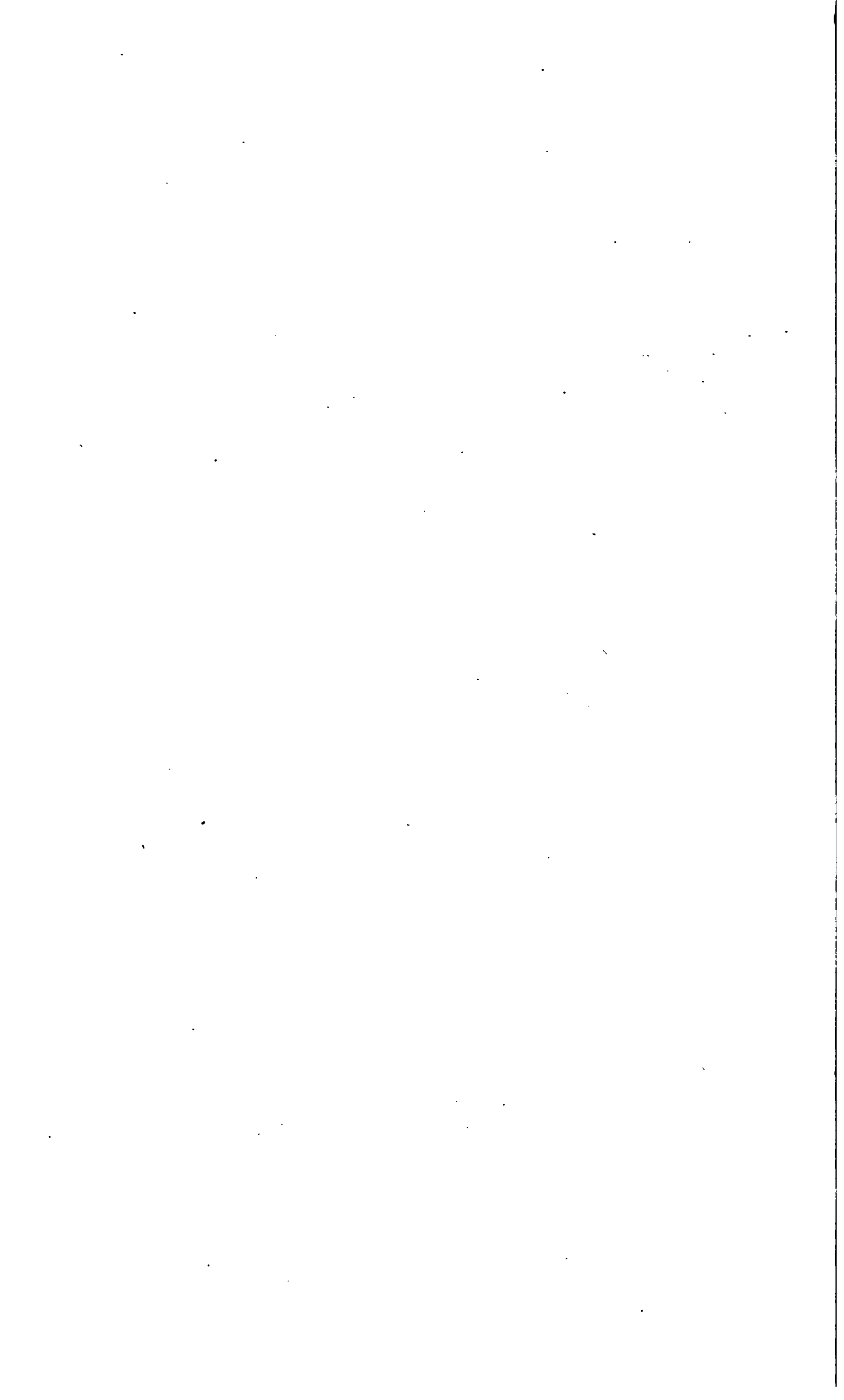
dauernder nachhängen, als in der Regel der der Wirklichkeit. Das Kunstwerk kann diejenigen Lichtabstufungen und Farbentöne herstellen, wo die Modellirung der Formen am deutlichsten und daher am ausdrucksvollsten ist. Es kann eine Fülle lebhaft glühender Farben vorführen und durch geschickte Contrastirung derselben die Reizempfänglichkeit des Auges in wohlthätigem Gleichgewicht erhalten. So kann es ungescheut die ganze Energie kräftiger sinnlicher Erregungen und das mit ihnen verknüpfte Lustgefühl zur Fesselung und Lenkung der Aufmerksamkeit verwenden, ihre Mannigfaltigkeit zur Erhöhung der unmittelbar anschaulichen Verständlichkeit des Dargestellten benutzen und dabei doch das Auge in dem für fein unterschiedene sinnliche Wahrnehmungen günstigsten und wohlthuendsten Zustande mässiger Erregung erhalten.

Wenn ich in den vorgeführten Betrachtungen fortdauernd viel Gewicht auf die leichteste, feinste und genaueste sinnliche Verständlichkeit der künstlerischen Darstellung gelegt habe, so mag dies vielen von Ihnen als eine sehr untergeordnete Rücksicht erscheinen, eine Rücksicht, die, wo sie von Aesthetikern überhaupt erwähnt wurde, doch meist nur als Nebensache behandelt worden ist. Ich glaube aber mit Unrecht. Die sinnliche Deutlichkeit ist durchaus kein niedriges oder untergeordnetes Moment bei den Wirkungen der Kunstwerke; mir hat sich ihre Wichtigkeit immer mehr aufgedrängt, je mehr ich den physiologischen Momenten in diesen Wirkungen nachgespürt habe.

Was soll auch ein Kunstwerk, dies Wort in seinem höchsten Sinne genommen, wirken. Es soll unsere Aufmerksamkeit fesseln und beleben, es soll eine reiche Fülle von schlummernden Vorstellungsverbindungen und damit verknüpften Gefühlen in mühelosem Spiele wachrufen und sie zu einem gemeinsamen Ziele hinlenken, um uns die sämmtlichen Züge eines idealen Typus, die in vereinzelten Bruchstücken und von wildem Gestrüpp des Zufalls überwuchert in unserer Erinnerung zerstreut daliegen, zu lebensfrischer Anschauung zu verbinden. Nur dadurch scheint sich die der Wirklichkeit so oft überlegene Macht der Kunst über das menschliche Gemüth zu erklären, dass die erstere immer Störendes, Zerstreuendes und Verletzendes in ihre Eindrücke mengt, die Kunst alle Elemente für den beabsichtigten Eindruck sammeln und ungehemmt wirken lassen kann. Die Macht dieses Eindruckes wird aber unzweifelhaft desto grösser sein, je eindringlicher, je feiner, je reicher die Naturwahrheit des sinnlichen Eindrucks ist, der die Vorstellungsreihen und die mit ihnen verbundenen Affecte

wachrufen soll. Er muss sicher, schnell, unzweideutig und genau bestimmt wirken, wenn er einen lebendigen und kräftigen Eindruck machen soll. Das sind aber im Wesentlichen die Punkte, die ich unter dem Namen der Verständlichkeit des Kunstwerkes zusammenzufassen suchte.

So sind die Eigenthümlichkeiten der künstlerischen Technik, auf welche uns die physiologisch-optische Untersuchung führte, in der That mit den höchsten Aufgaben der Kunst eng verknüpft. Ja wir können vielleicht daran denken, dass selbst das letzte Geheimniss der künstlerischen Schönheit, nämlich das wunderbare Wohlgefallen, welches wir ihr gegenüber empfinden, wesentlich in dem Gefühle des leichten, harmonischen, lebendigen Flusses unserer Vorstellungsreihen begründet sei, die trotz reichen Wechsels wie von selbst einem gemeinsamen Ziele zufliessen, bisher verborgene Gesetzmässigkeit zur volleren Anschauung bringen, und in die letzten Tiefen der Empfindung unserer eigenen Seele uns schauen lassen.



ÜBER DIE

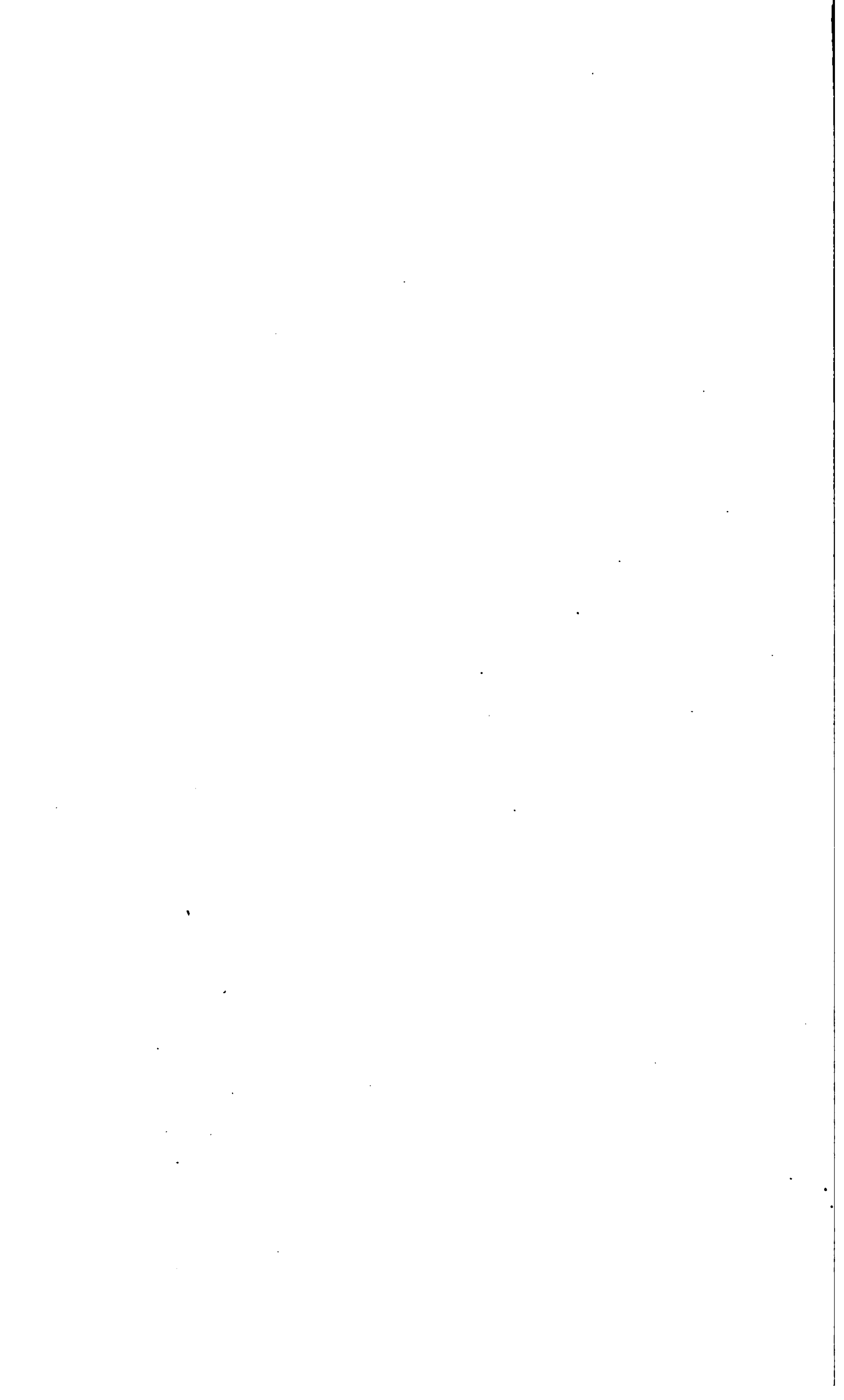
ENTSTEHUNG DES PLANETENSYSTEMS.

V o r t r a g,

gehalten in Heidelberg und Cöln am Rhein

im

Jahre 1871.



Hochgeehrte Versammlung!

Ich habe die Absicht, heute vor Ihnen die vielbesprochene Kant-Laplace'sche Hypothese über die Bildung der Weltkörper, namentlich unseres Planetensystems, auseinander zu setzen. Die Wahl dieses Themas bedarf wohl einer Rechtfertigung. In populären Vorlesungen, wie die heutige eine ist, haben die Zuhörer das Recht von dem Vortragenden zu erwarten, dass er ihnen wohlgesicherte Thatsachen und fertige Ergebnisse der Forschung vorlege, nicht aber unreife Vermuthungen, Hypothesen oder Träume. Unter allen Gegenständen, denen menschliches Nachdenken und menschliche Phantasie sich zuwenden können, ist die Frage über den Ursprung der Welt vorzugsweise und seit urältester Zeit bei allen Nationen am meisten der Tummelplatz ausschweifendster Speculationen gewesen. Wohlthätige und zerstörende Göttergestalten, Giganten, Kronos, der seine Kinder frisst, Niflheim mit dem Eisriesen Ymer, den die himmlischen Asen tödten, um die Welt aus ihm zu bauen, sind Gestalten, wie sie die kosmogonischen Systeme der verhältnissmässig besonneneren Volksstämme bevölkern. Aber in der Allgemeinheit der Thatsache, dass jedes Volk sich seine kosmogonischen Ansichten ausgebildet und diese theilweise sehr in das Einzelne ausgemalt hat, spricht sich auch unverkennbar das von allen gefühlte Interesse aus zu wissen, woher ist unser Ursprung, woher der letzte Ursprung der Dinge, die uns umgeben? Und mit der Frage nach dem Anfange ist wiederum eng die nach dem Ende verknüpft; denn was entstehen konnte, kann auch vergehen. Diese Frage nach dem Ende hat vielleicht sogar noch grösseres praktisches Interesse als die nach dem Anfange.

Nun muss ich gleich von vornherein bemerken, dass auch die Theorie, die ich heute zu besprechen beabsichtige, zuerst aufgestellt wurde von einem Manne, dessen Name vorzugsweise als der des abstractesten philosophischen Denkers bekannt geworden ist, von dem Urheber des transscendentalen Idealismus und des kategorischen Imperativs, von Immanuel Kant. Die Schrift, in der er sie vortrug, die „Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels" (1755) ist eine seiner ersten Veröffentlichungen und rührt aus seinem 31. Lebensjahre her. Ueberblickt man die Schriften aus dieser ersten Periode seiner wissenschaftlichen Thätigkeit, die etwa bis zum 40. Jahre seines Alters dauerte, so findet man, dass dieselben grösstentheils naturwissenschaftlichen Inhalts sind und mit einer Anzahl der glücklichsten Gedanken ihrer Zeit weit vorauseilen, während die eigentlich philosophischen Arbeiten noch gering an Zahl, zum Theil, wie die Habilitationsschrift, direct durch äussere Veranlassung hervorgerufen, dabei verhältnissmässig unselbständig in ihrem positiven Inhalt, und nur bedeutend durch vernichtende, zum Theil spottende Kritik sind. Man kann nicht verkennen, dass der jugendliche Kant seiner Neigung und seiner Anlage nach vorzugsweise Naturforscher war und vielleicht nur durch die Macht der äusseren Verhältnisse, durch den Mangel der für selbständige naturwissenschaftliche Arbeit nöthigen Hilfsmittel und durch die Sinnesweise seiner Zeit an der Philosophie festgehalten wurde, in der er erst viel später zu selbständigen und bedeutenden Leistungen gelangte; denn die Kritik der reinen Vernunft fällt in sein 57. Jahr. Er hat übrigens auch in späteren Perioden seines Lebens zwischen seinen grossen philosophischen Werken einzelne naturwissenschaftliche Aufsätze geschrieben und regelmässig eine Vorlesung über physische Geographie gehalten, in welcher er zwar auf das enge Maass von Kenntnissen und Hilfsmitteln seiner Zeit und seines abgelegenen Wohnortes beschränkt blieb, aber doch mit grossem und verständigem Sinne ähnlich umfassenden Gesichtspunkten, wie später A. v. Humboldt, nachstrebte. Es ist geradezu eine Verkehrung des historischen Zusammenhanges, wenn Kant's Namen zuweilen gemissbraucht wird um zu empfehlen, dass die Naturwissenschaft die inductive Methode, durch welche sie gross geworden ist, wieder verlassen müsse, um zu den luftigen Speculationen einer angeblich „deductiven Methode" zurückzukehren. Gegen solchen Missbrauch würde sich Niemand schärfer und schneidiger gewendet haben, als Kant selbst, wenn er noch unter uns weilte.

Ganz unabhängig von **Kant**, wie es scheint, ist dieselbe Hypothese über die Bildung unseres Planetensystemes ein zweites Mal von dem berühmtesten der französischen Astronomen, **Pierre Simon Marquis de Laplace**, gleichsam als das Schlussresultat seiner mit riesigem Fleisse und grossem mathematischen Scharfsinne durchgeführten vollständigen Bearbeitung der Mechanik unseres Systems aufgestellt worden. Sie sehen schon aus den Namen dieser beiden Männer, die wir als wohlerfahrene und wohlerprobte Führer auf unserem Wege treffen, dass wir bei einer von ihnen übereinstimmend aufgestellten Ansicht es nicht mit einer leichtfertigen Reise in das Blaue zu thun haben, sondern mit einem vorsichtigen und wohl überlegten Versuche, aus den bekannten Verhältnissen der Gegenwart Rückschlüsse auf die unbekannte Vergangenheit zu ziehen.

Es liegt nun in der Natur der Sache, dass eine Hypothese über den Ursprung des Theiles der Welt, den wir selbst bewohnen, und die also von Dingen der fernsten Vergangenheit redet, nicht durch directe Beobachtung verificirt werden kann; wohl aber kann sie mittelbare Bestätigungen erfahren, wenn beim Fortschritte der wissenschaftlichen Kenntnisse sich neue Thatsachen den früher bekannten anreihen und wie diese aus ihr ihre Erklärung empfangen, namentlich wenn sich Reste der für die Bildung der Weltkörper angenommenen Vorgänge auch noch in der Gegenwart nachweisen lassen. Dergleichen mittelbare Bestätigungen von mannigfacher Art haben sich in der That für die hier zu besprechende Ansicht gefunden, und das Gewicht ihrer Wahrscheinlichkeit ganz erheblich gesteigert.

Theils dieser Umstand, theils der andere, dass die genannte Hypothese in neuerer Zeit in populären und in wissenschaftlichen Büchern vielfältig in Verbindung mit philosophischen, ethischen, theologischen Fragen erwähnt worden ist, geben mir den Muth, heute hier davon zu reden. Ich beabsichtige dabei nicht sowohl Ihnen dem Inhalte nach wesentlich Neues zu berichten, als vielmehr zu versuchen Ihnen eine möglichst zusammenhängende Uebersicht der Gründe zu geben, die zu ihr geführt und sie befestigt haben.

Diese Entschuldigungen, welche ich vorausschicken musste, gelten übrigens nur dem Umstande, dass ich in einer populären Vorlesung ein Thema dieser Art behandle. Die Wissenschaft ist vollständig berechtigt und auch verpflichtet eine solche Untersuchung anzustellen. Für sie handelt es sich um eine ganz be-

stimmte und gewichtige Frage, die Frage nämlich nach der Existenz von Grenzen für die Tragweite der Naturgesetze, welche den Verlauf alles gegenwärtig Geschehenden beherrschen; ob diese auch in der Vorzeit von jeher gültig gewesen sein können, und ob sie es auch in der Zukunft immer werden sein können, oder ob bei Voraussetzung einer ewig gleichmässigen Gesetzmässigkeit der Natur unsere Rückschlüsse aus den gegenwärtigen Zuständen auf die der Vergangenheit und Zukunft uns nothwendig auf unmögliche Zustände und die Nothwendigkeit einer Durchbrechung der Naturgesetze, eines Anfanges, der nicht mehr durch die uns bekannten Vorgänge herbeigeführt sein könnte, zurückleiten. Die Anstellung einer solchen Untersuchung über die mögliche oder wahrscheinliche Vorgeschichte der jetzt bestehenden Welt ist also von Seiten der Wissenschaft keine müssige Speculation, sondern eine Frage über die Grenzen ihrer Methoden und die Tragweite der zur Zeit gefundenen Gesetze.

Vielleicht mag es vermessen erscheinen, dass wir, begrenzt wie wir sind, im Kreise unserer Beobachtungen, räumlich durch unseren Standpunkt auf der kleinen Erde, die nur ein Stäubchen in unserem Milchstrassensystem ist, zeitlich durch die Dauer der kurzen Menschengeschichte, es unternehmen die Gesetze, welche wir aus dem kleinen uns zugänglichen Bereich von Thatsachen herausgelesen haben, geltend zu machen für die ganze Ausdehnung des unermesslichen Raumes und der Zeit von Ewigkeit zu Ewigkeit. Aber all unser Denken und Thun im Grössten wie im Kleinsten ist gegründet auf das Vertrauen zu der unabänderlichen Gesetzmässigkeit der Natur, und dieses Vertrauen hat sich bisher desto mehr gerechtfertigt, je tiefer wir in den Zusammenhang der Naturerscheinungen eindrangen. Und für die Gültigkeit der von uns gefundenen allgemeinen Gesetze durch die weitesten Erstreckungen des Raumes hin hat uns das letzte halbe Jahrhundert wichtige thatsächliche Bestätigungen gebracht.

Voran unter diesen steht das Gesetz der Schwere. Die Himmelskörper schweben, wie Sie alle wissen, und bewegen sich in dem unermesslichen Raume. Verglichen mit den ungeheuren Entfernungen, die zwischen ihnen liegen, sind sie alle, auch die grössten unter ihnen, nur wie Stäubchen von Materie zu betrachten. Auch die uns nächsten Fixsterne erscheinen selbst in den stärksten Vergrösserungen ohne sichtbaren Durchmesser, und wir können sicher sein, dass auch unsere Sonne, von den nächsten Fixsternen aus gesehen, nicht anders als ein untheilbarer lichter Punkt erscheint,

da sich die Massen jener Sterne in den Fällen, wo es gelungen ist, sie zu bestimmen, als nicht sehr abweichend von der der Sonne ergeben haben. Trotz dieser ungeheuren Entfernungen aber besteht zwischen ihnen ein unsichtbares Band, welches sie aneinander fesselt und sie in gegenseitige Abhängigkeit bringt. Es ist dies die Gravitationskraft, mit der alle schweren Massen sich gegenseitig anziehen. Wir kennen diese Kraft aus unserer täglichen Erfahrung als Schwere, wenn sie zwischen einem irdischen Körper und der Masse unserer Erde wirksam wird. Die Kraft, welche einen Stein zu Boden fallen macht, ist keine andere als die, welche den Mond zwingt fortdauernd die Erde in ihrer Bahn um die Sonne zu begleiten, und keine andere als die, welche die Erde selbst verhindert in den weiten Raum hinaus zu fliehen und sich von der Sonne zu entfernen.

Sie können sich den Vorgang der Planetenbewegung an einem einfachen mechanischen Modell versinnlichen. Befestigen Sie möglichst hoch an einem Baumast oder an einem aus der Wand herausragenden festen Arme einen seidenen Faden, an dessen unteres Ende Sie, möglichst tief unten, einen kleinen schweren Körper, etwa eine Bleikugel, binden. Wenn Sie diese ruhig hängen lassen, so zieht sie den Faden vertical nach unten. Dies ist die Gleichgewichtslage der Kugel. Um dieselbe zu bezeichnen und dem Auge fortdauernd sichtbar zu machen, bringen Sie an diese Stelle, wo die Bleikugel im Gleichgewicht zu ruhen strebt, irgend einen feststehenden Körper, etwa einen Erdglobus auf Stativ. Die Bleikugel muss zu dem Ende bei Seite geschoben werden; aber sie legt sich nun dem Globus an, und wenn man sie von ihm fortzieht, so strebt sie wieder zu ihm hin, weil die Schwere sie gegen ihre im Innern des Globus befindliche Gleichgewichtslage hintreibt. Auf welcher Seite des Globus man die Kugel auch von ihm abziehen mag, immer geschieht dasselbe. Diese Kraft, welche die Bleikugel gegen den Globus treibt, vertritt in unserem Modell die Anziehung, welche die Erde gegen den Mond, oder die Sonne gegen die Planeten ausübt. Nachdem Sie sich von den beschriebenen Thatsachen überzeugt haben, versuchen Sie der Bleikugel in einigem Abstande vom Globus eine mässige Wurfbewegung nach der Seite zu geben. Haben Sie die Stärke des Wurfes richtig getroffen, so umschwebt die kleine Kugel in kreisförmiger Bahn die grosse und kann lange Zeit in dieser Bewegung beharren, gerade so, wie der Mond in seinem Umlaufe um die Erde, die Planeten in dem um die Sonne beharren. Nur werden allerdings in unserem

Modell die Kreise, welche die Bleikugel zieht, mit der Zeit immer enger und enger, weil wir widerstehende Kräfte, Luftwiderstand, Steifigkeit des Fadens, Reibung, nicht in dem Maasse ausschliessen können, wie sie in dem Planetensysteme ausgeschlossen sind.

Bei genau kreisförmiger Bahn um den anziehenden Mittelpunkt wirkt die anziehende Kraft auf Planeten oder Bleikugel natürlich immer in gleicher Stärke. Dann ist es gleichgültig, nach welchem Gesetz die Kraft ab- oder zunehmen würde in anderen Abständen vom Centrum, in welche der bewegte Körper ja gar nicht kommt. Ist aber der ursprüngliche Stoss nicht von richtiger Stärke gewesen, so werden in beiden Fällen die Bahnen nicht kreisförmig, sondern elliptisch von der Form der in Fig. 5 gezeichneten krummen Linie. Aber diese Ellipsen liegen in beiden Fällen verschieden gegen das anziehende Centrum. In unserem Modell wird die an-

Fig. 5.

ziehende Kraft desto stärker, je weiter wir die Bleikugel von ihrer Gleichgewichtslage entfernen. Die Ellipse der Bahn erhält unter diesen Umständen eine solche Lage gegen das anziehende Centrum, dass dieses in den Mittelpunkt c der Ellipse fällt. Für den Planeten wird im Gegentheil die anziehende Kraft desto schwächer, je weiter er sich von dem anziehenden Körper entfernt, und dies bewirkt, dass eine Ellipse beschrieben wird, deren einer Brennpunkt in das Anziehungscentrum fällt. Die beiden Brennpunkte a und b sind zwei symmetrisch gegen die Enden der Ellipse hin liegende Punkte, die durch die Eigenschaft ausgezeichnet sind, dass die Summe ihrer Abstände $am + bm$ für jeden beliebigen Punkt in der Ellipse die gleiche Grösse hat.

Dass die Planetenbahnen Ellipsen von solcher Art sind, hatte Kepler erkannt, und da, wie das eben angeführte Beispiel zeigt,

die Form und Lage der Bahn von dem Gesetze, nach welchem die Grösse der anziehenden Kraft sich ändert, abhängt, so konnte Newton aus der Form der Planetenbahnen das bekannte Gesetz der Gravitationskraft, welche die Planeten zur Sonne zieht, ableiten, wonach diese Kraft bei wachsender Entfernung in dem Maasse abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung wächst. Die irdische Schwere musste diesem Gesetze sich einfügen, und Newton hatte die bewundernswerthe Entsagung seine folgenschwere Entdeckung erst zu veröffentlichen, nachdem auch hierfür eine directe Bestätigung gelungen war, als sich nämlich aus den Beobachtungen nachweisen liess, dass die Kraft, welche den Mond gegen die Erde zieht, gerade in demjenigen Verhältniss zur Schwere eines irdischen Körpers steht, wie es das von ihm erkannte Gesetz forderte.

Im Laufe des 18. Jahrhunderts stiegen die Mittel der mathematischen Analyse und die Methoden der astronomischen Beobachtung so weit, dass alle die verwickelten Wechselwirkungen, welche zwischen allen Planeten und allen ihren Trabanten durch die gegenseitige Attraction jedes gegen jeden erzeugt werden, und welche die Astronomen als Störungen bezeichnen, — Störungen nämlich der einfachen elliptischen Bewegung um die Sonne, die jeder von ihnen machen würde, wenn die anderen nicht da wären —, dass alle diese Wechselwirkungen aus Newton's Gesetze theoretisch vorausbestimmt und mit den wirklichen Vorgängen am Himmel genau verglichen werden konnten. Die Ausbildung dieser Theorie der Planetenbewegungen bis in das Einzelnste war, wie schon erwähnt, hauptsächlich das Verdienst von Laplace. Die Uebereinstimmung zwischen der Theorie, die aus dem so einfachen Gesetze der Gravitationskraft entwickelt war, und den äusserst complicirten und mannigfaltigen Erscheinungen, die daraus folgten, war eine so vollständige und so genaue, wie sie bisher in keinem anderen Zweige menschlichen Wissens erreicht worden ist. Kühner geworden durch diese Uebereinstimmung schloss man bald, dass da, wo kleine Mängel derselben sich constant herausstellten, noch unbekannte Ursachen wirksam sein müssten. So wurde aus Abweichungen zwischen der wirklichen und der berechneten Bewegung des Uranus von Bessel die Vermuthung hergeleitet, dass ein weiterer Planet existire. Von Leverrier und Adams wurde der Ort dieses Planeten berechnet, und so der Neptun, der entfernteste der bis jetzt bekannten, gefunden.

Aber nicht bloss im Bereiche der Attractionskraft unserer Sonne zeigte sich das Gravitationsgesetz als wirksam; am Fixstern-

himmel erkannte man, dass auch Doppelsterne in elliptischen Bahnen um einander kreisen, dass auch zwischen ihnen dasselbe Gesetz der Gravitation wirksam sei, welches unser Planetensystem beherrscht. Von einzelnen derselben kennen wir die Entfernung. Der nächste von ihnen α im Sternbild des Centauren ist 226 000 Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde. Das Licht, welches die ungeheure Strecke von 40 000 Meilen in der Secunde durchläuft, welches in 8 Minuten von der Sonne zur Erde gelangt, braucht 3 Jahre um von α Centauri zu uns zu kommen. Die verfeinerten Messungsmethoden der neueren Astronomie haben es möglich gemacht Entfernungen von Sternen zu bestimmen, zu deren Durchmessung das Licht 35 Jahre braucht, wie zum Beispiel vom Polarstern: aber das Gravitationsgesetz zeigt sich, die Bewegungen von Doppelsternen beherrschend, auch noch in solchen Tiefen des Sternenhimmels, an deren Ausmessung bisher die uns zu Gebote stehenden Messungsmethoden gescheitert sind.

Auch hier hat die Kenntniss des Gravitationsgesetzes schon zur Entdeckung neuer Körper geführt, wie im Falle des Neptun. Peters in Altona fand in Bestätigung einer ebenfalls schon von Bessel ausgesprochenen Vermuthung, dass der Sirius, der glänzendste unserer Fixsterne, in elliptischer Bahn sich um ein unsichtbares Centrum bewege. Er musste einen dunkeln Begleiter haben; und in der That liess sich dieser nach Aufstellung des ausgezeichneten und mächtigen Fernrohres der Universität Cambridge in Nordamerika auch durch das Auge entdecken. Er ist nicht ganz dunkel, aber so lichtschwach, dass er nur durch die allervollkommensten Instrumente gesehen werden kann. Die Masse des Sirius ergiebt sich dabei gleich 13,76, die des Begleiters zu 6,71 Sonnenmassen, ihre gegenseitige Entfernung gleich 37 Erdbahnhalbmesser, also etwas grösser, als die Entfernung des Neptun von der Sonne.

Ein anderer Fixstern, der Procyon, ist im gleichen Falle, wie der Sirius, aber sein Begleiter ist noch nicht gesehen.

Sie sehen, dass wir in der Gravitation eine aller schweren Materie gemeinsame Eigenschaft entdeckt haben, die sich nicht auf die Körper unseres Systemes beschränkt, sondern so weit hinaus in die Himmelsräume sich zu erkennen giebt, als unsere Beobachtungsmittel bisher vordringen konnten.

Aber nicht nur diese allgemeine Eigenschaft aller Masse kommt den entferntesten Himmelskörpern wie den irdischen Körpern zu, sondern die Spectralanalyse hat uns gelehrt, dass eine grosse

Anzahl wohlbekannter irdischer Elemente in den Atmosphären der Fixsterne und selbst der Nebelflecke wiederkehren.

Sie wissen, dass eine feine helle Linie, durch ein Glasprisma betrachtet, als ein farbiger Streif, am einen Rande roth und gelb, am anderen blau und violett, in der Mitte grün erscheint. Man nennt ein solches farbiges Bild ein Farbenspectrum; der Regenbogen ist ein solches, durch Lichtbrechung, wenn auch nicht gerade durch ein Prisma, erzeugt; und er zeigt daher die Reihe der Farben, welche durch eine solche Zerlegung aus dem weissen Sonnenlicht ausgeschieden werden können. Die Erzeugung des prismatischen Spectrum beruht darauf, dass das Licht der Sonne und der meisten glühenden Körper aus verschiedenen Arten von Licht zusammengesetzt ist, welche unserem Auge verschieden farbig erscheinen, und welche bei der Brechung der Strahlen im Prisma von einander getrennt werden.

Macht man nun einen festen oder flüssigen Körper glühend heiss, so dass er leuchtet, so ist das Spectrum, welches sein Licht giebt, ähnlich dem Regenbogen, ein breiter farbiger Streifen ohne Unterbrechungen mit der bekannten Farbenreihe Roth, Gelb, Grün, Blau, Violett und in keiner Weise charakteristisch für die Beschaffenheit des Körpers, der das Licht aussendet.

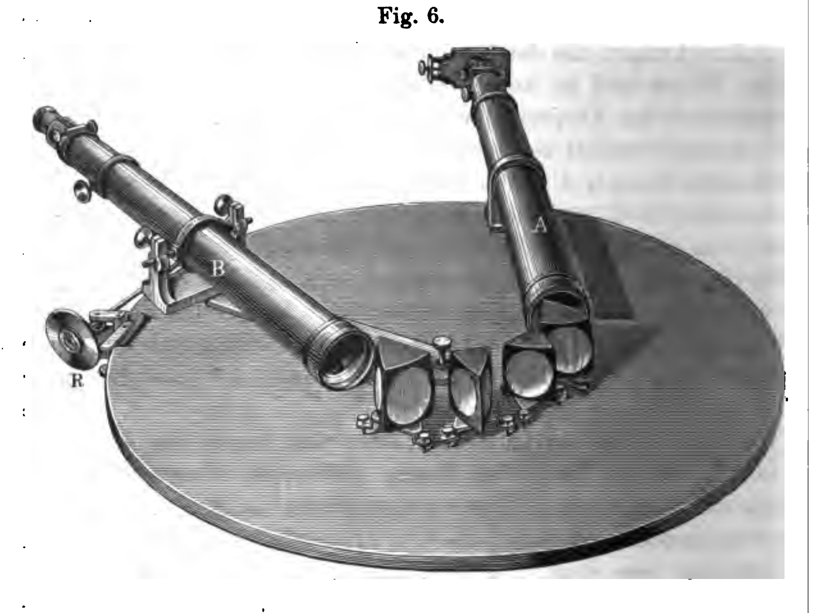
Anders verhält es sich, wenn ein glühendes Gas oder ein glühender Dampf, d. h. ein durch Wärme in gasförmigen Zustand gebrachter Stoff, das Licht aussendet. Dann besteht nämlich das Spectrum eines solchen Körpers aus einer oder einigen oder auch sehr vielen, aber durchaus getrennten hellen Linien, deren Ort und Gruppirung im Spectrum charakteristisch ist für die Substanzen, aus denen das Gas oder der Dampf besteht, so dass man durch die spectrale Analyse des Lichtes erkennen kann, welches die chemische Zusammensetzung des glühenden gasförmigen Körpers ist. Solche Gasspectra zeigen uns im Weltenraume viele Nebelflecke, und zwar Spectra, welche die hellen Linien glühenden Wasserstoffs und Stickstoffs zeigen und daneben meist noch eine Linie, die bisher in dem Spectrum keines irdischen Elementes wiedergefunden ist. Abgesehen von dem Nachweis zweier wohlbekannter irdischer Elemente war diese Entdeckung auch deshalb von grösster Wichtigkeit, weil sie es war, die den ersten unzweifelhaften Nachweis dafür gab, dass die kosmischen Nebel meistentheils keine Haufen feiner Sterne sind, sondern dass der grösste Theil ihres Lichtes wirklich von gasigen Körpern ausgesendet wird.

In anderer Weise erscheinen die Gasspectra, wenn das Gas

vor einem glühenden festen Körper liegt, dessen Temperatur viel höher ist, als die des Gases. Dann sieht der Beobachter das continuirliche Spectrum eines festen Körpers, dieses aber durchschnitten von feinen dunkeln Linien, die gerade an den Orten sichtbar werden, wo das Gas allein, vor dunklem Hintergrunde gesehen, helle Linien zeigen würde. Dass beide Erscheinungsweisen der Gasspectra sich nothwendig bedingen, hat Kirchhoff nachgewiesen. Man kann deshalb auch aus solchen dunkeln Linien im Spectrum erkennen, welche Gase sich vor dem glühenden Körper befinden. Von dieser Art ist nun das Spectrum der Sonne und das einer grossen Anzahl von Fixsternen. Die dunkeln Linien des Sonnenspectrums, von Wollaston entdeckt, sind von Fraunhofer zuerst genau untersucht und gemessen und deshalb unter dem Namen Fraunhofer'sche Linien bekannt geworden.

Später sind, und zwar zuerst von Kirchhoff, dann namentlich von Angström viel mächtigere Apparate angewendet worden, um die Zerlegung des Lichtes möglichst weit zu treiben. Fig. 6 stellt den

Fig. 6.



von Steinheil für Kirchhoff construirten Apparat mit vier Prismen dar. Am abgewendeten Ende des Fernrohres *A* befindet sich ein Schirm mit einem feinen Spalt, der die feine Lichtlinie bildet, durch die dargestellte kleine Schraube verengert und erweitert werden kann, und durch den man das zu untersuchende

Licht eintreten lässt. Es passirt dann das Fernrohr *A*, nachher die vier Prismen, endlich das Fernrohr *B*, und gelangt so zum Auge des Beobachters. In Fig. 7, 8, 9 sind kleine Stücke von Kirchhoff's Zeichnung des Sonnenspectrums nachgebildet, aus dem Grün,

Fig. 7.

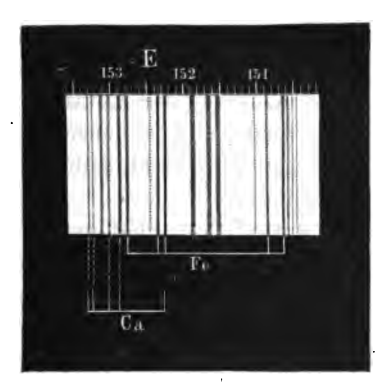
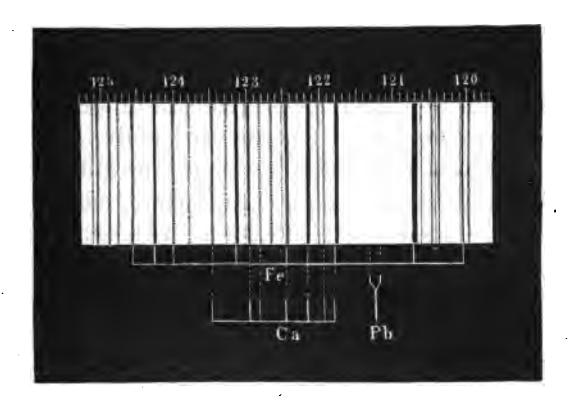


Fig. 8.



Gelb und Goldgelb, an denen unten durch die chemischen Zeichen Fe (Eisen), Ca (Metall des Kalks), Na (Metall des Natrons), Pb (Blei) und die zugesetzten Linien angezeigt ist, an welchen Stellen die

Fig. 9.



glühenden Dämpfe dieser Metalle, sei es in den Flammen, sei es im elektrischen Funken, helle Linien zeigen. Die darüber gesetzten Scalentheile lassen erkennen, wie weit diese Bruchstücke der über das ganze Sonnenspectrum ausgedehnten Kirchhoff'schen Zeich-

nung auseinander liegen. Schon hier bemerkt man überwiegend viele Eisenlinien. Im ganzen Spectrum fand Kirchhoff nicht weniger als 450.

Daraus folgt, dass die Atmosphäre der Sonne reichliche Dämpfe von Eisen enthält, was unter anderem einen Schluss auf die über alle Maassen hohe Temperatur ziehen lässt, welche dort herrschen muss. Ausserdem verräth sich in gleicher Weise, wie unsere Figuren 7, 8, 9 Eisen, Calcium, Natrium anzeigen, auch die Anwesenheit des Wasserstoffs, des Zinks, des Kupfers, der Metalle aus der Magnesia, der Thonerde, der Baryterde und anderer irdischer Elemente. Dagegen fehlen Blei (s. Fig. 9. Pb.), Gold, Silber, Quecksilber, Zinn, Spiessglanz, Arsen und andere.

Die Spectra vieler Fixsterne sind ähnlich beschaffen, sie zeigen Systeme feiner Linien, die sich mit denen irdischer Elemente identificiren lassen. In der Atmosphäre des Aldebaran im Stier zeigt sich wiederum Wasserstoff, Eisen, Magnesia, Kalk, Natron, aber auch Quecksilber, Antimon, Wismuth, im α Orionis (Beteigeuze) nach H. C. Vogel das auf Erden seltene Thallium, und so weiter.

Noch können wir nicht sagen, dass wir alle Sternspectra gedeutet hätten; viele Fixsterne zeigen eigenthümlich gebänderte Spectra, die wahrscheinlich Gasen angehören, deren Molekeln nicht vollständig durch die hohe Temperatur in ihre elementaren Atome aufgelöst sind. Auch im Spectrum der Sonne finden sich viele Linien, die wir mit solchen irdischer Elemente noch nicht identificiren konnten. Möglich, dass sie von uns unbekannten Stoffen herrühren, möglich auch, dass sie durch die höhere, unseren irdischen Hilfsmitteln weit überlegene Temperatur der Sonne bedingt sind. Aber so viel steht schon fest, dass bekannte irdische Elemente durch den Weltraum weit verbreitet sind, vor allen der Stickstoff, der den grösseren Theil unserer Atmosphäre ausmacht, und der Wasserstoff, der Grundstoff des Wassers, welches durch Verbrennung aus ihm entsteht. Beide fanden sich in den eigentlichen unauflösbaren Nebelflecken, und diese müssen, wie aus der Unveränderlichkeit ihrer Gestalt zu schliessen ist, Gebilde von ungeheuren Dimensionen und ungeheurer Entfernung von uns sein. Schon W. Herschel betrachtete sie aus diesem Grunde als unserem Fixsternsysteme nicht angehörig, sondern als die Erscheinungsweise anderer Milchstrassensysteme.

Und Weiteres haben wir durch die Spectralanalyse über unsere Sonne erfahren, wodurch sie den uns bekannten Verhältnissen doch einigermaassen näher tritt, als es früher scheinen mochte

Sie wissen, dass sie ein ungeheurer Ball, im Durchmesser 112 Mal grösser als die Erde ist. Was wir als ihre Oberfläche erblicken, dürfen wir als eine Schicht glühenden Nebels betrachten, welche, nach den Erscheinungen der Sonnenflecke zu schliessen, eine Tiefe von annähernd 100 Meilen hat. Diese Nebelschicht, welche nach aussen hin fortdauernd Wärme verliert, und also jedenfalls kühler ist als die inneren Massen der Sonne, ist dennoch heisser als alle unsere irdischen Flammen, heisser selbst als die glühenden Kohlenspitzen der elektrischen Lampe, welche das Maximum der durch irdische Hilfsmittel zu erreichenden Temperatur geben. Dies kann mit Sicherheit nach dem von Kirchhoff erwiesenen Gesetze für die Strahlung undurchsichtiger Körper aus der überlegenen Lichtintensität der Sonne geschlossen werden. Die ältere Annahme, wonach die Sonne ein dunkler kühler Körper, umgeben von einer nur nach aussen Wärme und Licht strahlenden Photosphäre sein sollte, enthält eine physikalische Unmöglichkeit.

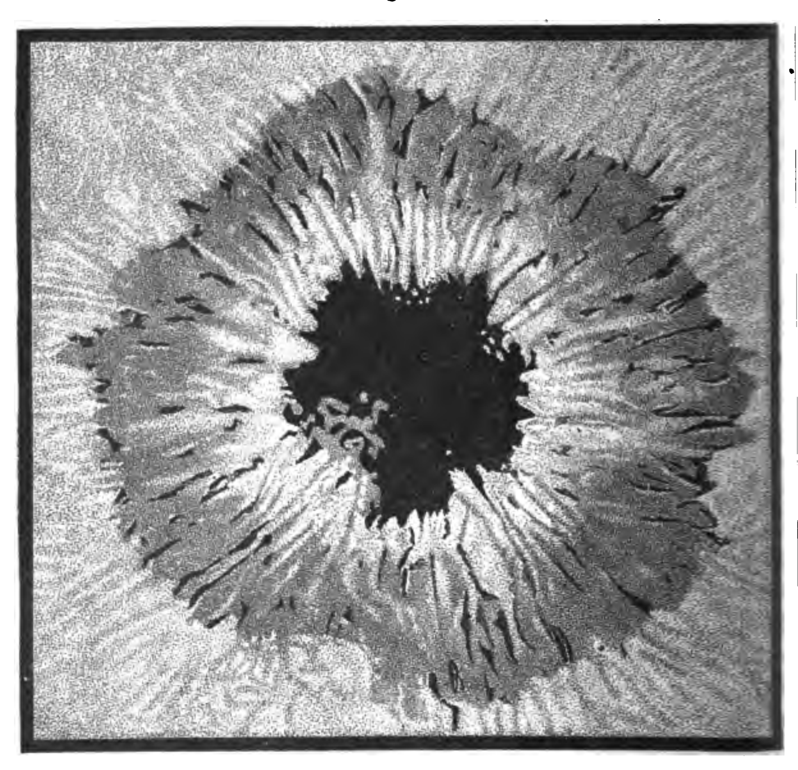
Nach aussen von der undurchsichtigen Photosphäre erscheint rings um den Sonnenkörper eine Schicht durchsichtiger Gase, welche heiss genug sind, um im Spectrum helle farbige Linien zu zeigen, und deshalb als Chromosphäre bezeichnet werden. Sie zeigen die hellen Linien des Wasserstoffs, des Natrium, Magnesium, Eisen. In diesen Gas- und Nebelschichten der Sonne finden ungeheure Stürme statt, an Ausdehnung und Geschwindigkeit denen unserer Erde in ähnlichem Maasse überlegen, wie die Grösse der Sonne der der Erde. Ströme glühenden Wasserstoffs werden in Form von riesigen Springbrunnen oder züngelnden Flammen mit darüber schwebenden Rauchwolken viele tausend Meilen hoch emporgeblasen*). Früher konnte man diese Gebilde nur zur Zeit der totalen Sonnenfinsternisse als die sogenannten rosigen Protuberanzen der Sonne sehen. Jetzt ist durch die Herren Jansen und Lockyer eine Methode gefunden worden, um sie mit Hilfe des Spectroskopes alltäglich zu beobachten.

Andererseits findet man in der Regel auch einzelne dunklere Stellen, die sogenannten Sonnenflecken, auf der Oberfläche der Sonne, die schon von Galilei gesehen worden sind. Sie sind trichterförmig vertieft, die Wände des Trichters sind weniger dunkel als die tiefste Stelle, der Kern. Fig. 10 (a. f. S.) zeigt eine

*) Bis zu 15000 geogr. Meilen nach Herrn H. C. Vogel's Beobachtungen in Bothkamp. Die spectroskopische Verschiebung der Linien zeigte Geschwindigkeiten bis zu 4 oder 5 Meilen in der Secunde, nach Lockyer sogar bis zu 8 und 9 Meilen.

Abbildung eines solchen Fleckes nach Padre Secchi, wie er bei sehr starker Vergrösserung erscheint. Ihr Durchmesser beträgt oft viele tausend Meilen, so dass zwei oder drei Erden darin neben einander liegen könnten. Diese Flecken können Wochen und

Fig. 10.

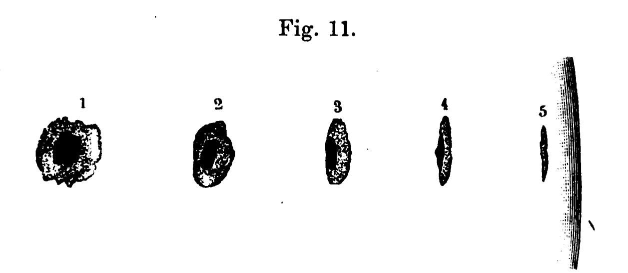


Monate lang unter langsamer Veränderung bestehen, ehe sie sich wieder auflösen, und können bis dahin mehrere Rotationen des Sonnenkörpers mitmachen. Zuweilen treten aber auch sehr schnelle Revolutionen in ihnen auf. Dass der Kern derselben tiefer liegt als der Rand des umgebenden Halbschattens, geht aus der gegenseitigen Verschiebung beider hervor, wenn sie sich dem Sonnenrande nähern und deshalb in sehr schräger Richtung gesehen werden. Fig. 11 stellt in 1 bis 5 das verschiedene Ansehen eines solchen Fleckes dar, der sich dem Sonnenrande nähert.

Gerade an dem Rande dieser Flecke findet man die spectroskopischen Zeichen heftigster Bewegung und in ihrer Nähe oft

grosse Protuberanzen; verhältnissmässig oft zeigen sie wirbelnde Bewegung und eine auf eine solche hindeutende Zeichnung. Man kann sie für Stellen halten, wo die kühler gewordenen Gase aus den äusseren Schichten der Sonnenatmosphäre herabsinken und

Fig. 11.



vielleicht auch locale oberflächliche Abkühlungen der Sonnenmasse selbst hervorbringen. Zur Erklärung dieser Erscheinungen muss man bedenken, dass die von dem heissen Sonnenkörper neu aufsteigenden Gase mit Dämpfen schwer flüchtiger Metalle überladen sind, beim Aufsteigen selbst aber sich ausdehnen und theils durch die Dehnung, theils durch die Strahlung gegen den Weltraum gekühlt werden müssen. Dabei werden sie ihre schwerflüchtigeren Bestandtheile als Nebel oder Wolken ausscheiden. Diese Kühlung muss natürlich immer nur als eine verhältnissmässige aufgefasst werden; ihre Temperatur bleibt wahrscheinlich immer noch höher als alle irdisch erreichbaren Temperaturen. Wenn nun die obersten von schwereren Dämpfen befreiten und am meisten gekühlten Schichten niedersinken, werden sie nebelfrei bis zum Sonnenkörper bleiben können. Als Vertiefungen erscheinen sie, weil rings umher die bis zu 100 Meilen hohen Schichten glühenden Nebels liegen.

Heftige Bewegungen in der Sonnenatmosphäre können nicht fehlen, weil dieselbe von aussen gekühlt wird, und die kühlsten und deshalb verhältnissmässig dichtesten und schwersten Theile derselben über den heisseren und leichteren zu liegen kommen. Aus dem gleichen Grunde haben wir ja fortdauernde und zum Theil plötzliche und gewaltsame Bewegungen auch in der Erdatmosphäre, weil auch diese von dem sonnigen Boden her erwärmt, von oben gekühlt wird. Nur sind bei der viel colossaleren Grösse und Temperatur der Sonne auch ihre meteorologischen Processe viel grösser und gewaltsamer.

Wir wollen jetzt übergehen zu der Frage nach der Beständigkeit des jetzigen Zustandes unseres Systems. Lange Zeit hindurch

wurde ziemlich allgemein die Ansicht vorgetragen, dasselbe sei, in seinen wesentlichen Eigenthümlichkeiten wenigstens, absolut unveränderlich. Es gründete sich diese Meinung hauptsächlich auf die Aussprüche, welche Laplace als die Endergebnisse seiner langen und mühsamen Untersuchungen über den Einfluss der planetarischen Störungen hingestellt hatte. Unter Störungen der Planetenbewegungen verstehen die Astronomen, wie ich schon erwähnt habe, diejenigen Abweichungen von der reinen elliptischen Bewegung, welche bedingt sind durch die Anziehungen der verschiedenen Planeten und Trabanten auf einander. Die Anziehung der Sonne, als des bei Weitem grössten Körpers unseres Systems, ist allerdings die hauptsächlichste und überwiegende Kraft, welche die Bewegung der Planeten bestimmt. Wenn sie allein wirkte, würde jeder der Planeten fortdauernd in einer ganz constant bleibenden Ellipse, deren Axen unverändert gleiche Richtung und gleiche Grösse behielten, in unveränderlichen Umlaufszeiten sich bewegen. In Wahrheit wirken aber auf jeden neben der Anziehung von der Sonne aus auch noch die Anziehungen aller anderen Planeten, die, obgleich sie klein sind, doch in längeren Zeiträumen langsame Veränderungen in der Ebene, der Richtung und Grösse der Axen seiner elliptischen Bahn hervorrufen. Man hatte die Frage aufgeworfen, ob vielleicht diese Veränderungen der Bahnen so weit gehen könnten, dass zwei benachbarte Planeten zusammenstiessen, oder einzelne wohl gar in die Sonne fielen. Darauf konnte Laplace antworten, dass das nicht der Fall sein würde, dass alle durch diese Art von Störungen hervorgebrachten Veränderungen in den Planetenbahnen periodisch ab- und zunehmen und immer wieder zu einem mittleren Zustande zurückkehren müssen. Aber was wohl zu merken ist, dieses Resultat von Laplace's Untersuchungen gilt nur für die Störungen, welche durch die gegenseitigen Anziehungen der Planeten unter einander hervorgebracht werden, und unter der Voraussetzung, dass keine Kräfte anderer Art auf ihre Bewegungen Einfluss haben.

Hier auf Erden können wir eine solche ewig dauernde Bewegung nicht herstellen, wie die der Planeten für unsere Beobachtungsmittel zu sein scheint, weil jeder Bewegung irdischer Körper sich fortdauernd widerstehende Kräfte entgegensetzen. Die bekanntesten derselben bezeichnen wir als Reibung, als Luftwiderstand, als unelastischen Stoss.

So kommt das Grundgesetz der Mechanik, wonach jede Bewegung eines Körpers, auf den keine Kraft einwirkt, ewig in gerader Linie

mit unveränderter Geschwindigkeit fortgeht, niemals zur ungestörten Erscheinung. Auch wenn wir den Einfluss der Schwere beseitigen, bei einer Kugel zum Beispiel, die auf ebener Bahn fortrollt, sehen wir dieselbe zwar eine Strecke vorwärts gehen, desto weiter, je glatter die Bahn, aber wir hören gleichzeitig die rollende Kugel klappern; das heisst Schallerschütterungen an die umgebenden Körper abgeben; sie reibt sich auch an der glattesten Bahn, sie muss die umgebende Luft mit in Bewegung setzen und an diese einen Theil ihrer Bewegung abgeben. So geschieht es, dass ihre Geschwindigkeit immer geringer wird, bis sie endlich ganz aufhört. Ebenso bleibt auch das sorgfältigst gearbeitete Rad, welches auf feinen Spitzen läuft, einmal in Drehung gesetzt, zwar einige Zeit im Schwunge und dreht sich allenfalls eine Viertelstunde lang oder selbst noch länger, endlich aber hört es doch auf. Denn immer hat es etwas Reibung an den Zapfen und daneben noch den Widerstand der Luft zu überwinden, welcher Widerstand übrigens auch hauptsächlich durch die Reibung der verschiedenen vom Rade mitbewegten Luftheilchen an einander hervorgebracht wird.

Könnten wir einen Körper in Drehung versetzen und gegen das Fallen schützen, ohne dass er auf einem anderen ruht, und könnten wir ihn in einen absolut leeren Raum versetzen, so würde sich derselbe allerdings in alle Ewigkeit mit unverminderter Geschwindigkeit weiter bewegen können. In diesem Falle, der sich an irdischen Körpern nicht herstellen lässt, schienen nun die Planeten mit ihren Trabanten zu sein. Sie schienen sich in dem ganz leeren Weltraume zu bewegen ohne Berührung mit einem anderen Körper, gegen den sie reiben könnten, und somit schien ihre Bewegung eine niemals abnehmende sein zu können.

Aber Sie sehen, die Berechtigung zu diesem Schlusse beruht auf der Frage: Ist der Weltraum wirklich ganz leer? Entsteht bei der Bewegung der Planeten nirgend Reibung?

Beide Fragen müssen wir jetzt nach den Fortschritten, welche die Naturkenntniss seit Laplace gemacht hat, mit Nein beantworten.

Der Weltraum ist nicht ganz leer. Erstens ist in ihm dasjenige Medium continuirlich verbreitet, dessen Erschütterungen das Licht und die strahlende Wärme ausmachen, und welches die Physik als den Lichtäther bezeichnet. Zweitens sind grosse und kleine Bruchstücke schwerer Masse von der Grösse riesiger Steine bis zu der von Staub noch jetzt, wenigstens in den Theilen des Raumes, welche unsere Erde durchläuft, überall verbreitet.

Was zunächst den Lichtäther betrifft, so ist die Existenz desselben nicht zweifelhaft zu nennen. Dass das Licht und die strahlende Wärme eine sich wellenförmig ausbreitende Bewegung sei, ist genügend bewiesen. Damit eine solche Bewegung sich durch die Welträume ausbreiten könne, muss etwas da sein, was sich bewegt. Ja aus der Grösse der Wirkungen dieser Bewegung, oder aus dem, was die Mechanik die lebendige Kraft derselben nennt, können wir sogar gewisse Grenzen für die Dichtigkeit des Medium, welches sich bewegt, herleiten. Eine solche Rechnung ist von Sir W. Thomson, dem berühmten Physiker von Glasgow, für den Lichtäther durchgeführt worden und hat ergeben, dass seine Dichtigkeit möglicher Weise ausserordentlich viel kleiner als die der Luft in dem sogenannten Vacuum einer guten Luftpumpe sein mag; aber absolut gleich Null kann die Masse des Aethers nicht sein. Ein Volumen gleich dem der Erde kann nicht unter 2775 Pfund Lichtäther enthalten*).

Dem entsprechen die Erscheinungen im Weltraum. So wie ein schwerer Stein, durch die Luft geworfen, kaum einen Einfluss des Luftwiderstandes bemerken lässt, eine leichte Feder aber sehr merklich aufgehalten wird, so ist auch das den Weltraum füllende Medium viel zu dünn, als dass die schweren Planeten seit der Zeit, wo wir astronomische Beobachtungen ihres Laufes haben, irgend eine Verminderung ihrer Bewegung erkennen liessen. Anders ist es mit den kleineren Körpern unseres Systems. Namentlich hat Encke an dem nach ihm benannten kleinen Kometen festgestellt, dass derselbe sich in immer engeren Bahnen um die Sonne bewegt und in immer kürzeren Umlaufszeiten. Er führt also dieselbe Art von Bewegung aus, die Sie an dem erwähnten kreisförmig umlaufenden Pendel beobachten können, welches, allmälig durch den Luftwiderstand in seiner Geschwindigkeit verzögert, seine Kreise immer enger und enger um sein Attractionscentrum beschreibt. Der Grund davon ist folgender. Die Kraft, welche der Anziehung der Sonne auf alle Planeten und Kometen Widerstand leistet und dieselben verhindert sich der Sonne mehr und mehr zu nähern, ist die sogenannte Centrifugalkraft, das heisst das Bestreben, die ihnen einwohnende Bewegung geradlinig längs der Tangente ihrer Bahn fortzusetzen. So wie sich die Kraft ihrer Bewegung vermindert,

---

*) Die Grundlagen würden dieser Rechnung allerdings entzogen werden, wenn sich die Maxwell'sche Hypothese bestätigen sollte, wonach das Licht auf elektrischen und magnetischen Oscillationen beruht.

geben sie der Anziehung der Sonne um ein Entsprechendes nach, und nähern sich dieser. Dauert der Widerstand fort, so werden sie fortfahren sich der Sonne zu nähern, bis sie in diese hineinstürzen. Auf diesem Wege befindet sich offenbar der Encke'sche Komet. Aber der Widerstand, dessen Vorhandensein im Weltraume hierdurch angezeigt wird, muss in demselben Sinne, wenn auch erheblich langsamer, auf die viel grösseren Körper der Planeten wirken und längst schon gewirkt haben.

Sehr viel deutlicher als durch den Reibungswiderstand verräth sich aber die Anwesenheit theils fein, theils grob vertheilter schwerer Masse im Weltraum durch die Erscheinungen der Sternschnuppen und der Meteorsteine. Wir wissen jetzt bestimmt, dass dies Körper sind, die im Weltraum herumschwärmten, ehe sie in den Bereich unserer irdischen Atmosphäre geriethen. In dem stärker widerstehenden Mittel, was diese darbietet, wurden sie demnächst in ihrer Bewegung verzögert und gleichzeitig durch die damit verbundene Reibung erhitzt. Viele von ihnen mögen noch wieder den Ausweg aus der irdischen Atmosphäre finden und mit veränderter und verzögerter Bewegung ihren Weg durch den Weltraum fortsetzen. Andere stürzen zur Erde, die grösseren als Meteorsteine, die kleineren werden durch die Hitze wahrscheinlich in Staub zersprengt und mögen als solcher unsichtbar herabfallen. Nach Alexander Herschel's Schätzungen dürfen wir uns die Sternschnuppen im Durchschnitt von der Grösse der Chausseesteine denken. Ihr Aufglühen geschieht meist schon in den höchsten und dünnsten Theilen der Atmosphäre, vier und mehr Meilen über der Erdoberfläche. Da sie sich im Weltraume gerade nach denselben Gesetzen wie Planeten und Kometen bewegt haben, so haben sie auch planetarische Geschwindigkeit von vier bis neun Meilen in der Secunde. Auch daran erkennen wir, dass sie in der That *stelle cadenti*, fallende Sterne, sind, wie sie von den Dichtern längst genannt wurden.

Diese ihre ungeheure Geschwindigkeit, womit sie in unsere Atmosphäre eindringen, ist auch zweifelsohne der Grund ihrer Erhitzung. Sie wissen alle, dass Reibung die geriebenen Körper erwärmt. Jedes Streichhölzchen, welches wir anzünden, jedes schlecht geschmierte Wagenrad, jeder Bohrer, den wir in hartes Holz treiben, lehrt dies. Die Luft erhitzt sich wie feste Körper durch Reibung, aber auch durch die zu ihrer Compression verbrauchte Arbeit. Eines der bedeutendsten Ergebnisse der neueren Physik, dessen thatsächlichen Nachweis wir vorzugsweise dem Engländer

Joule*) verdanken, ist es, dass die in einem solchen Falle entwickelte Wärmemenge genau proportional ist der zu dem Ende aufgewendeten mechanischen Arbeit. Messen wir mit den Maschinentechnikern die Arbeit durch das Gewicht, welches nöthig wäre um sie hervorzubringen, multiplicirt mit der Höhe, von der es herabsinken müsste, so hat Joule gezeigt, dass die Arbeit, welche dadurch erzeugt werden kann, dass ein gewisses Gewicht Wasser von 425 Meter Höhe herabfliesst, gerade zureicht dasselbe Gewicht Wasser durch Reibung um einen Centesimalgrad zu erwärmen. Welches Arbeitsäquivalent eine Geschwindigkeit von 4 bis 6 Meilen in der Secunde hat, lässt sich nach bekannten mechanischen Gesetzen leicht berechnen, und diese in Wärme verwandelt, würde hinreichen, ein Stück Meteoreisen bis zu 900 000 und 2 500 000° C. zu erhitzen, vorausgesetzt, dass sie ganz dem Eisen verbliebe, und nicht, wie es jedenfalls der Fall ist, zum grossen Theil an die Luft überginge. Wenigstens zeigt diese Rechnung, dass die den Sternschnuppen einwohnende Geschwindigkeit eine vollkommen hinreichende Ursache ist, um sie in das allerheftigste Glühen zu versetzen. Die durch unsere irdischen Mittel zu erreichenden Temperaturen steigen kaum über 2000 Grad. In der That lässt die äussere Rinde der gefallenen Meteorsteine meistens die Spuren beginnender Schmelzung erkennen; und wo Beobachter schnell genug den gefallenen Stein untersuchten, fanden sie ihn oberflächlich heiss, während das Innere an losgetrennten Bruchstücken zuweilen noch die intensive Kälte des Weltraumes zu zeigen scheint.

Dem einzelnen Beobachter, der gelegentlich nach dem gestirnten Himmel blickt, erscheinen die Sternschnuppen als ein sparsam und ausnahmsweise vorkommendes Phänomen. Wenn man aber anhaltend beobachtet, sieht man sie ziemlich regelmässig, namentlich gegen Morgen, wo am meisten fallen. Aber der einzelne Beobachter übersieht nur einen kleinen Theil der Atmosphäre, und berechnet man sie für die ganze Erdoberfläche, so ergiebt sich, dass täglich etwa 7½ Millionen fallen! An und für sich sind sie in unseren Gegenden des Weltraumes ziemlich sparsam und weit entfernt von einander. Man kann nach A. Herschel's Schätzungen rechnen, dass jedes Steinchen im Durchschnitt hundert Meilen von seinen Nachbarn entfernt ist. Aber die Erde bewegt sich in jeder Secunde vier Meilen vorwärts und hat 1700 Meilen

*) Siehe Heft II, S. 166.

Durchmesser, fegt also in jeder Secunde 9 Millionen Cubikmeilen des Weltraumes ab und nimmt mit, was ihr von Steinchen darin begegnet.

Viele Sternschnuppen sind regellos im Weltraum vertheilt; es sind dies wahrscheinlich solche, die schon Störungen durch die Planeten erlitten haben. Daneben giebt es aber auch dichtere Schwärme, die in regelmässig elliptischen Bahnen einherziehen und den Weg der Erde an bestimmten Stellen schneiden, deshalb an besonderen Jahrestagen immer wieder auftauchen. So ist jedes Jahr ausgezeichnet der 10. August, und alle 33 Jahre für einige Jahre sich wiederholend das prachtvolle Feuerwerk des 12. bis 14. November. Merkwürdig ist, dass auf den Bahnen dieser Schwärme gewisse Kometen laufen, und daher die Vermuthung entsteht, dass sich die Kometen allmälig in Meteorschwärme zersplittern.

Dies ist ein bedeutsamer Process. Was die Erde thut, thun unzweifelhaft auch die anderen Planeten und in noch viel höherem Maasse die Sonne, der alle die kleineren und dem Einflusse des widerstehenden Mittels mehr unterworfenen Körper unseres Systemes desto schneller zusinken müssen, je kleiner sie sind. Die Erde und die Planeten fegen seit Millionen von Jahren die lose Masse des Weltraumes zusammen, und halten fest, was sie einmal an sich gezogen haben. Daraus folgt aber, dass Erde und Planeten einst kleiner waren, als sie jetzt sind, und dass mehr Masse im Weltraum verstreut war; und wenn wir diese Betrachtung zu Ende denken, so führt uns dies auf einen Zustand, wo vielleicht alle Masse, die jetzt in der Sonne und den Planeten angehäuft ist, in loser Zerstreuung durch den Weltraum schwärmte. Denken wir daran, dass die kleinen Massen der Meteoriten, wie sie jetzt fallen, auch vielleicht durch allmälige Aneignung feineren Staubes gewachsen sein mögen, so würden wir uns auf einen Urzustand feiner nebelartiger Massenvertheilung hingewiesen sehen.

Unter diesem Gesichtspunkte, dass der Fall der Sternschnuppen und Meteorsteine vielleicht ein kleiner Rest eines Processes ist, der einst unsere Welten gebildet hat, gewinnt er eine sehr erhöhte Bedeutung.

Dies wäre nun eine Vermuthung, die nur ihre Möglichkeit für sich hätte, aber vielleicht noch nicht viel Wahrscheinlichkeit für sich in Anspruch nehmen würde, wenn wir nicht fänden, dass schon längst, von ganz anderen Betrachtungen ausgehend, unsere Vorgänger zu ganz derselben Hypothese gekommen sind.

Sie wissen, dass eine beträchtliche Anzahl von Planeten um die Sonne kreisen; ausser den acht grösseren, Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, laufen in dem Zwischenraum zwischen Mars und Jupiter, so weit bis jetzt bekannt, 156 kleine Planeten oder Planetoiden. Um die grösseren Planeten, nämlich um die Erde und die vier entferntesten, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, laufen auch Monde, und endlich drehen sich die Sonne und wenigstens die grösseren Planeten um ihre eigene Axe. Zunächst ist nun auffallend, dass alle Bahnebenen der Planeten und ihrer Trabanten, sowie die Aequatorialebenen der Planeten nicht sehr weit von einander abweichen, und dass in diesen Ebenen alle Rotationen in demselben Sinne geschehen. Die einzige erhebliche Ausnahme, die man kennt, sind die Monde des Uranus, deren Bahnebene nahehin rechtwinklig gegen die Bahnebenen der grösseren Planeten ist. Dabei ist hervorzuheben, dass die Uebereinstimmung in der Richtung dieser Ebenen im Allgemeinen um so grösser ist, um je grössere Körper und um je längere Bahnen es sich handelt, während an den kleineren Körpern und für die kleineren Bahnen, namentlich auch für die Drehungen der Planeten um ihre eigenen Axen, erheblichere Abweichungen vorkommen. So haben die Bahnebenen aller Planeten mit Ausnahme des Merkur und der kleinen zwischen Mars und Jupiter, höchstens 3^0 Abweichung (Venus) von der Erdbahn. Auch die Aequatorialebene der Sonne weicht nur um $7^1/_2{}^0$ ab, die des Jupiter nur halb so viel. Die Aequatorialebene der Erde weicht freilich um $23^1/_2{}^0$ ab, die des Mars um $28^1/_2{}^0$, mehr noch einzelne Bahnen der kleinen Planeten und Trabanten. Aber in diesen Bahnen bewegen sie sich alle rechtläufig, alle in demselben Sinne um die Sonne, und so weit man erkennen kann, auch um ihre eigene Axe, wie die Erde, nämlich von Westen nach Osten. Wären sie nun unabhängig von einander entstanden und zusammengekommen, so wäre eine jede Richtung der Bahnebenen für jeden einzelnen von ihnen gleich wahrscheinlich gewesen, rückläufige Richtung des Umlaufes ebenso wahrscheinlich, wie rechtläufige; stark elliptische Bahnen ebenso wahrscheinlich, als die nahe kreisförmigen, welche wir bei allen den genannten Körpern finden. In der That herrscht vollkommene Regellosigkeit bei den Kometen und Meteorschwärmen, für welche wir mancherlei Gründe haben, sie nur als zufällig in den Anziehungskreis unserer Sonne gerathene Gebilde anzusehen.

Die Zahl der übereinstimmenden Fälle bei den Planeten und ihren Trabanten ist zu gross, als dass man sie für Zufall halten

könnte. Man muss nach einer Ursache dieser Uebereinstimmung fragen, und diese kann nur in einem ursprünglichen Zusammenhange der ganzen Masse gesucht werden. Nun kennen wir wohl Kräfte und Vorgänge, die eine anfänglich zerstreute Masse sammeln, aber keine, welche grosse Körper, wie die Planeten, so weit in den Raum hinaustreiben konnte, wie wir sie jetzt finden. Ausserdem müssten sie stark elliptische Bahn haben, wenn sie sich an einem der Sonne viel näheren Orte von der gemeinsamen Masse gelöst hätten. Wir müssen also annehmen, dass diese Masse in ihrem Anfangszustande mindestens bis an die Bahn des äussersten Planeten hinausgereicht hat.

Dies waren im Wesentlichen die Betrachtungen, welche Kant und Laplace zu ihrer Hypothese führten. Unser System war nach ihrer Ansicht ursprünglich ein chaotischer Nebelball, in welchem anfangs, als er noch bis zur Bahn der äussersten Planeten reichte, viele Billionen Cubikmeilen kaum ein Gramm Masse enthalten konnten. Dieser Ball besass, als er sich von den Nebelballen der benachbarten Fixsterne getrennt hatte, eine langsame Rotationsbewegung. Er verdichtete sich unter dem Einfluss der gegenseitigen Anziehung seiner Theile und in dem Maasse, wie er sich verdichtete, musste die Rotationsbewegung zunehmen und ihn zu einer flachen Scheibe auseinander treiben. Von Zeit zu Zeit trennten sich die Massen am Umfang dieser Scheibe unter dem Einfluss der zunehmenden Centrifugalkraft, und was sich trennte, ballte sich wiederum in einen rotirenden Nebelball zusammen, der sich entweder einfach zu einem Planeten verdichtete, oder während dieser Verdichtung auch seinerseits noch wieder peripherische Massen abstiess, die zu Trabanten wurden, oder in einem Fall am Saturn als zusammenhängender Ring stehen blieben. In einem anderen Falle zerfiel die Masse, die sich vom Umfang des Hauptballes abschied, in viele von einander getrennte Theile und lieferte den Schwarm der kleinen Planeten zwischen Mars und Jupiter.

Unsere neueren Erfahrungen über die Natur der Sternschnuppen lassen uns nun erkennen, dass dieser Process der Verdichtung lose zerstreuter Masse zu grösseren Körpern noch gar nicht vollendet ist, sondern, wenn auch in schwachen Resten, noch immer fortgeht; vielleicht nur dadurch in der Erscheinungsform etwas geändert, dass inzwischen auch die gasartig oder staubartig zerstreute Masse des Weltraumes sich unter dem Einfluss der Attractionskraft und Krystallisationskraft ihrer Elemente in grössere Bröckel vereinigt hat, als deren im Anfang existirten.

Die Sternschnuppenfälle, als die jetzt vor sich gehenden Beispiele des Processes, der die Weltkörper gebildet hat, sind noch in anderer Beziehung wichtig. Sie entwickeln Licht und Wärme, und das leitet uns auf eine dritte Reihe von Ueberlegungen, die wieder zu demselben Ziele führt.

Alles Leben und alle Bewegung auf unserer Erde wird mit wenigen Ausnahmen unterhalten durch eine einzige Triebkraft, die der Sonnenstrahlen, welche uns Licht und Wärme bringen. Sie wärmen die Luft der heissen Zone, diese wird leichter und steigt auf, kältere fliesst den Polen nach. So entsteht die grosse Luftcirculation der Passatwinde. Locale Temperaturunterschiede über Land und Meer, Ebene und Gebirge greifen mannigfaltig abändernd ein in diese grosse Bewegung und bringen uns den launenhaften Wechsel des Windes. Warme Wasserdämpfe steigen mit der warmen Luft auf, verdichten sich als Wolken und fallen in kälteren Zonen und auf die schneeigen Häupter der Berge als Regen, als Schnee. Das Wasser sammelt sich in Bächen, in Flüssen, tränkt die Ebene und macht Leben möglich, zerbröckelt die Steine, schleppt ihre Trümmer mit fort und arbeitet so an dem geologischen Umbau der Erdoberfläche. Nur unter dem Einfluss der Sonnenstrahlen wächst die bunte Pflanzendecke der Erde auf, und während sie wachsen, häufen sie in ihrem Körper organische Substanz an, die wiederum dem ganzen Thierreich als Nahrung, und dem Menschen insbesondere auch noch als Brennmaterial dient. Sogar die Steinkohlen und Braunkohlen, die Kraftquellen unserer Dampfmaschinen, sind Reste urweltlicher Pflanzen; alte Erzeugnisse der Sonnenstrahlen.

Dürfen wir uns wundern, wenn unseren Urvätern arischen Stammes in Indien und Persien die Sonne als das geeignetste Symbol der Gottheit erschien. Sie hatten Recht, wenn sie sie als die Spenderin alles Lebens, als die letzte Quelle von fast allem irdischen Geschehen ansahen.

Aber woher kommt der Sonne diese Kraft? Sie strahlt intensiveres Licht aus, als mit irgend welchen irdischen Mitteln zu erzeugen ist. Sie liefert so viel Wärme, als wenn in jeder Stunde 1500 Pfund Kohle auf jedem Quadratfuss ihrer Oberfläche verbrannt würden. Von dieser Wärme, die ihr entströmt, leistet der kleine Bruchtheil, der in unsere Atmosphäre eintritt, eine grosse mechanische Arbeit. Dass Wärme im Stande sei, eine solche zu leisten, lehrt uns jede Dampfmaschine. In der That treibt die Sonne hier auf Erden eine Art von Dampfmaschine, deren Leistungen denen

der künstlich construirten Maschinen bei weitem überlegen sind. Die Wassercirculation in der Atmosphäre nämlich schafft, wie schon erwähnt, das aus den warmen tropischen Meeren verdampfende Wasser auf die Höhe der Berge; sie stellt gleichsam eine Wasserhebungsmaschine grösster Art dar, mit deren Leistungsgrösse keine künstliche Maschine sich auch nur im entferntesten messen kann. Ich habe vorher schon das mechanische Aequivalent der Wärme angegeben. Danach berechnet, ist die Arbeit, welche die Sonne durch ihre Wärmeausstrahlung leistet, gleichwerthig der fortdauernden Arbeit von 7000 Pferdekräften für jeden Quadratfuss der Sonnenoberfläche.

Längst hatte sich den Technikern die Erfahrung aufgedrängt, dass man eine Triebkraft nicht aus Nichts erzeugen kann, dass man sie nur aus dem uns dargebotenen, fest begrenzten und nicht willkürlich zu vergrössernden Vorrathe der Natur nehmen kann, sei es vom strömenden Wasser oder vom Winde, sei es aus den Steinkohlenlagern oder von Menschen und Thieren, die nicht arbeiten können ohne Lebensmittel zu verbrauchen. Diese Erfahrungen hat die neuere Physik allgemeingültig zu machen gewusst, anwendbar für das grosse Ganze aller Naturprocesse und unabhängig von den besonderen Interessen der Menschen. Sie sind verallgemeinert und zusammengefasst in dem allbeherrschenden Naturgesetze von der Erhaltung der Kraft. Es ist kein Naturprocess und keine Reihenfolge von Naturprocessen aufzufinden, so mannigfache Wechselverhältnisse auch zwischen ihnen stattfinden mögen, durch welchen eine Triebkraft fortdauernd ohne entsprechenden Verbrauch gewonnen werden könnte. Wie das Menschengeschlecht hier auf Erden nur einen begrenzten Vorrath von arbeitsfähigen Triebkräften vorfindet, den es benutzen, aber nicht vermehren kann, so muss es auch im grossen Ganzen der Natur sein. Auch das Weltall hat seinen begrenzten Vorrath an Kraft, der in ihm arbeitet unter immer wechselnden Formen der Erscheinung, unzerstörbar, unvermehrbar, ewig und unveränderlich, wie die Materie. Es ist, als hätte Goethe eine Ahnung davon gehabt, wenn er den Erdgeist als den Vertreter der Naturkraft von sich sagen lässt:

In Lebensfluthen, im Thatensturm
Wall ich auf und ab,
Wehe hin und her,
Geburt und Grab,
Ein ewiges Meer,
Ein wechselnd Weben,
Ein glühend Leben.
So schaff ich am sausenden Webstuhl der Zeit,
Und wirke der Gottheit lebendiges Kleid.

Wenden wir uns also zurück zu der besonderen Frage, die uns hier beschäftigte, woher hat die Sonne diesen ungeheuren Kraftvorrath, den sie ausströmt?

Auf Erden sind die Verbrennungsprocesse die reichlichste Quelle von Wärme. Kann vielleicht die Sonnenwärme durch einen Verbrennungsprocess entstehen? Diese Frage kann vollständig und sicher mit Nein beantwortet werden; denn wir wissen jetzt, dass die Sonne die uns bekannten irdischen Elemente enthält. Wählen wir aus diesen die beiden, welche bei kleinster Masse durch ihre Vereinigung die grösste Menge Wärme erzeugen können, nehmen wir an, dass die Sonne aus Wasserstoff und Sauerstoff bestände, in dem Verhältnisse gemischt, wie diese bei der Verbrennung sich zu Wasser vereinigen. Die Masse der Sonne ist bekannt, die Wärmemenge ebenfalls, welche durch Verbindung bekannter Gewichte von Wasserstoff und Sauerstoff entsteht. Die Rechnung ergiebt, dass unter der gemachten Voraussetzung die durch deren Verbrennung entstehende Wärme hinreichen würde, die Wärmeausstrahlung der Sonne auf 3021 Jahre zu unterhalten. Das ist freilich eine lange Zeit; aber schon die Menschengeschichte lehrt, dass die Sonne viel länger als 3000 Jahre geleuchtet und gewärmt hat, und die Geologie lässt keinen Zweifel darüber, dass diese Frist auf Millionen von Jahren auszudehnen ist.

Die uns bekannten chemischen Kräfte sind also in so hohem Grade unzureichend, auch bei den günstigsten Annahmen, eine solche Wärmeerzeugung zu erklären, wie sie in der Sonne stattfindet, dass wir diese Hypothese gänzlich fallen lassen müssen.

Wir müssen nach Kräften von viel mächtigeren Dimensionen suchen; und da finden wir nur noch die kosmischen Anziehungskräfte. Wir haben schon gesehen, dass die beziehlich kleinen Massen der Sternschnuppen und Meteore, wenn ihre kosmischen Geschwindigkeiten durch unsere Atmosphäre gehemmt werden, ganz ausserordentlich grosse Wärmemengen erzeugen können. Die Kraft aber, welche diese grossen Geschwindigkeiten erzeugt hat,

ist die Gravitation. Wir kennen diese Kraft schon als eine wirksame Triebkraft an der Oberfläche unseres Planeten, wo sie als irdische Schwere erscheint. Wir wissen, dass ein von der Erde abgehobenes Gewicht unsere Uhren treiben kann, dass ebenso die Schwere des von den Bergen herabkommenden Wassers unsere Mühlen treibt.

Wenn ein Gewicht von der Höhe herabstürzt und auf den Boden schlägt, so verliert die Masse desselben allerdings die sichtbare Bewegung, welche sie als Ganzes hatte; aber in Wahrheit ist diese Bewegung nicht verloren, sondern sie geht nur auf die kleinsten elementaren Theilchen der Masse über, und diese unsichtbare Vibration der Molekeln ist Wärmebewegung. Die sichtbare Bewegung wird beim Stosse in Wärmebewegung verwandelt.

Was in dieser Beziehung für die Schwere gilt, gilt ebenso für die Gravitation. Eine schwere Masse, welcher Art sie auch sein möge, die von einer anderen schweren Masse getrennt im Raume schwebt, stellt eine arbeitsfähige Kraft dar. Denn beide Massen ziehen sich an, und wenn sie ungehemmt durch eine Centrifugalkraft unter Einfluss dieser Anziehung sich einander nähern, so geschieht dies mit immer wachsender Geschwindigkeit; und wenn diese Geschwindigkeit schliesslich, sei es plötzlich durch den Zusammenstoss, sei es allmälig durch Reibung beweglicher Theile vernichtet wird, so giebt sie entsprechende Mengen von Wärmebewegung, deren Betrag nach dem vorher angegebenen Aequivalentverhältniss zwischen Wärme und mechanischer Arbeit zu berechnen ist.

Wir dürfen nun wohl mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass auf die Sonne sehr viel mehr Meteore fallen, als auf die Erde und mit grösserer Geschwindigkeit fallen, also auch mehr Wärme geben. Die Hypothese indessen, dass der ganze Betrag der Sonnenwärme fortdauernd der Ausstrahlung entsprechend durch Meteorfälle erzeugt werde, eine Hypothese, welche von Robert Mayer aufgestellt und von mehreren anderen Physikern günstig aufgenommen wurde, stösst nach Sir W. Thomson's Untersuchungen auf Schwierigkeiten, indem die Masse der Sonne in diesem Falle so schnell zunehmen müsste, dass die Folgen davon sich schon in der beschleunigten Bewegung der Planeten verrathen haben würden. Wenigstens kann nicht die ganze Wärmeausgabe der Sonne auf diese Weise erzeugt werden, höchstens ein Theil, der aber vielleicht nicht unbedeutend sein mag.

Wenn nun keine gegenwärtige uns bekannte Kraftleistung

ausreicht, die Ausgabe der Sonnenwärme zu decken, so muss die Sonne von alter Zeit her einen Vorrath von Wärme haben, den sie allmälig ausgiebt. Aber woher dieser Vorrath? Wir wissen schon, nur kosmische Kräfte können ihn erzeugt haben. Da kommt uns die vorher besprochene Hypothese über den Ursprung der Sonne zu Hilfe. Wenn die Stoffmasse der Sonne einst in den kosmischen Räumen zerstreut war, sich dann verdichtet hat, das heisst unter dem Einfluss der himmlischen Schwere auf einander gefallen ist, wenn dann die entstandene Bewegung durch Reibung und Stoss vernichtet wurde, indem sie Wärme erzeugte, so mussten die durch solche Verdichtung entstandenen jungen Weltkörper einen Vorrath von Wärme mitbekommen von nicht bloss bedeutender, sondern zum Theil von colossaler Grösse.

Die Rechnung ergiebt, dass bei Annahme der Wärmecapacität des Wassers für die Sonne die Temperatur auf 28 Millionen*) Grade hätte gesteigert werden können, wenn diese ganze Wärmemenge jemals ohne Verlust in der Sonne zusammen gewesen wäre. Das dürfen wir nicht annehmen; denn eine solche Temperatursteigerung wäre das stärkste Hinderniss der Verdichtung gewesen. Es ist vielmehr wahrscheinlich, dass ein guter Theil dieser Wärme, der durch die Verdichtung erzeugt wurde, noch ehe diese vollendet war, anfing hinauszustrahlen in den Raum. Aber die Wärme, welche die Sonne bisher durch ihre Verdichtung hat entwickeln können, würde zugereicht haben um ihre gegenwärtige Wärmeausgabe auf nicht weniger denn 22 Millionen Jahre der Vergangenheit zu decken.

Und die Sonne ist offenbar noch nicht so dicht, wie sie werden kann. Die Spectralanalyse zeigt uns die Anwesenheit grosser Eisenmassen und anderer bekannter irdischer Gebirgsbestandtheile in ihr an. Der Druck, der ihr Inneres zu verdichten strebt, ist etwa 800 Mal so gross, als der im Kern der Erde, und doch beträgt die Dichtigkeit der Sonne, wahrscheinlich in Folge ihrer ungeheuer hohen Temperatur, weniger als ein Viertel von der mittleren Dichtigkeit der Erde.

Wir dürfen es deshalb wohl für sehr wahrscheinlich halten, dass die Sonne noch fortschreiten wird in ihrer Verdichtung, und wenn sie auch nur bis zur Dichtigkeit der Erde gelangt, — wahrscheinlich aber wird sie wegen des ungeheuren Druckes in ihrem

---

*) Siehe die Nachweise zu diesen Zahlen in Heft II. dieser Vorträge S. 120 u. 134.

Inneren viel dichter werden, — so würde dies neue Wärmemengen entwickeln, welche genügen würden für noch weitere 17 Millionen Jahre dieselbe Intensität des Sonnenscheins zu unterhalten, welche jetzt die Quelle alles irdischen Lebens ist.

Die kleineren Körper unseres Systemes konnten sich weniger erhitzen als die Sonne, weil die Anziehung der neu hinzukommenden Massen bei ihnen schwächer war. Ein Körper wie die Erde konnte sich indessen, wenn wir auch ihre Wärmecapacität so hoch wie die des Wassers setzen, immerhin noch auf 9000 Grad erhitzen, auf mehr als unsere Flammen zu Stande bringen. Die kleineren Körper mussten sich auch schneller abkühlen, wenigstens so lange sie noch flüssig waren. Noch zeigt die mit der Tiefe steigende Wärme in Bohrlöchern, Bergwerken, die Existenz der heissen Quellen und der vulcanischen Ausbrüche, dass im Inneren der Erde eine sehr hohe Temperatur herrscht, welche kaum etwas anders sein kann, als ein Rest des alten Wärmevorrathes von der Zeit ihrer Entstehung her. Wenigstens sind die Versuche, für die innere Erdwärme eine jüngere Entstehung aus chemischen Processen aufzufinden, bisher nur auf sehr willkürliche Annahmen gestützt und der allgemeinen gleichmässigen Verbreitung der inneren Erdwärme gegenüber ziemlich ungenügend.

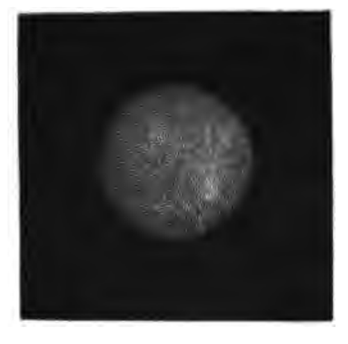
Dagegen fällt bei den grossen Massen des Jupiter, des Saturn, des Uranus, des Neptun die geringe Dichtigkeit auf, wie bei der Sonne, während die kleineren Planeten und der Mond sich der Dichtigkeit der Erde nähern. Man darf auch hier wohl an die höhere Anfangstemperatur und die langsamere Abkühlung denken, wie sie grösseren Massen eigenthümlich ist*). Der Mond dagegen zeigt an seiner Oberfläche Bildungen, die in auffallendster Weise an vulcanische Krater erinnern, und ihrerseits ebenfalls auf alte Glühhitze unseres Trabanten hinweisen. Wie denn auch ferner die Art seiner Rotation, dass er nämlich der Erde immer dieselbe Seite zukehrt, eine Eigenthümlichkeit ist, die durch die Reibung einer Flüssigkeit hervorgebracht werden konnte. Auf seiner Oberfläche ist von einer solchen jetzt nichts mehr wahrzunehmen.

Sie sehen, wie verschiedene Wege uns immer auf denselben Anfangszustand zurückgeführt haben. Die Kant-Laplace'sche Hypothese erweist sich als einer der glücklichen Griffe in der Wissenschaft, die uns anfangs durch ihre Kühnheit erstaunen

*) Herr Zoellner schliesst aus photometrischen Messungen, die aber wohl noch der Bestätigung bedürfen, dass der Jupiter noch jetzt eigenes Glühlicht habe.

machen, sich dann nach allen Seiten hin mit anderen Entdeckungen in Wechselbeziehungen setzen und in ihren Folgerungen bestätigen, bis sie uns vertraut werden. Dazu hat in diesem Falle nun noch ein anderer Umstand beigetragen, nämlich die Wahrnehmung, dass

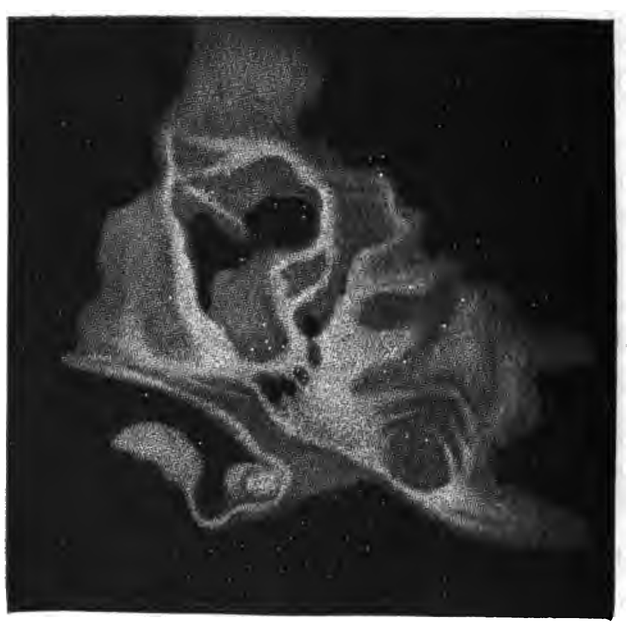
Fig. 12.



diese Umbildungsprocesse, welche die besprochene Theorie voraussetzt, auch jetzt immer noch, wenn auch in verringertem Maassstabe, vor sich gehen, wie alle Stadien jener Umbildung auch jetzt noch existiren.

Denn, wie wir anfangs gesehen haben, wachsen auch jetzt noch die schon gebildeten grossen Körper durch Anziehung der im Weltraum zerstreuten meteorischen Massen unter Feuererscheinung. Auch jetzt noch werden die kleineren Körper langsam durch den Widerstand im Weltraum der Sonne zugetrieben. Auch jetzt noch finden wir am Fixsternhimmel nach J. Herschel's neuestem Kataloge über 5000 Nebelflecke, von

Fig. 13.



denen die hinreichend lichtstarken meistens ein Farbenspectrum von feinen hellen Linien geben, wie sie in den Spectren der glühenden Gase erscheinen. Die Nebelflecke sind theils rundliche Gebilde, sogenannte planetarische Nebel (Fig. 12), theils von ganz unregelmässiger Form, wie der in Fig. 13 dargestellte grosse Nebel aus

Fig. 14.



dem Orion; zum Theil sind sie ringförmig, wie in Fig. 14 aus den Jagdhunden. Sie sind meist nur schwach, aber mit ihrer ganzen

Fig. 15.

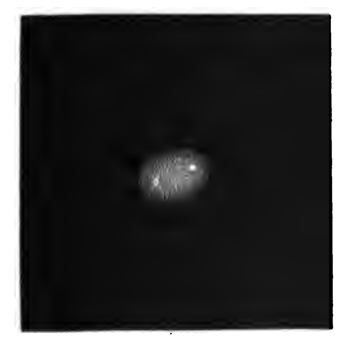


Fig. 16.



Fläche leuchtend, während die Fixsterne immer nur als leuchtende Punkte erscheinen.

In vielen Nebeln unterscheidet man kleine Sterne, wie in Fig. 15 und Fig. 16 (a. v. S.) aus dem Schützen und Fuhrmann. Man unterschied immer mehr Sterne in ihnen, je bessere Teleskope man zu ihrer Analyse anwandte. So konnte vor der Erfindung der Spectralanalyse W. Herschel's frühere Ansicht als die wahrscheinlichste angesehen werden, dass, was wir als Nebel sähen, nur Haufen sehr feiner Sterne, andere Milchstrassensysteme seien. Die Spectralanalyse hat nun aber auch an vielen Nebelflecken, welche Sterne enthalten. ein Gasspectrum gezeigt, während wirkliche Sternhaufen das continuirliche Spectrum glühender fester Körper zeigen. Der Regel nach hat das der Nebelflecke drei deutlich erkennbare Linien, deren eine im Blau dem Wasserstoff angehört, eine zweite im Blaugrün dem Stickstoff*), die dritte zwischen beiden unbekannten Ursprunges ist. Fig. 17 zeigt ein solches Spectrum eines kleinen aber hellen

Fig. 17.



Nebels im Drachen. Spuren von anderen hellen Linien zeigen sich daneben, zuweilen auch wie in Fig. 17 Spuren eines continuirlichen Spectrum, welche aber alle zu lichtschwach sind, um genaue Untersuchung zuzulassen. Zu bemerken ist hierbei, dass das Licht sehr lichtschwacher Objecte, welche ein continuirliches Spectrum geben, durch das Spectroskop über eine grosse Fläche ausgebreitet, und deshalb äusserst geschwächt oder selbst ausgelöscht wird, während das unzerlegbare Licht heller Gaslinien beisammen bleibt. und deshalb noch gesehen werden kann. Jedenfalls zeigt die Zerlegung des Lichtes der Nebelflecke an, dass der bei weitem grösste Theil ihrer leuchtenden Fläche glühenden Gasen angehört, unter denen Wasserstoffgas einen hervorragenden Bestandtheil ausmacht. Bei den planetarischen, kugelförmigen oder scheibenförmigen könnte man glauben, dass die Gasmasse einen Zustand von Gleichgewicht erreicht hat; aber die meisten anderen Nebelflecke zeigen höchst unregelmässige Formen, welche in keiner Weise einem solchen Gleichgewichtszustande entsprechen. Da sie dessen ungeachtet ihre Gestalt nicht oder wenigstens nur in unmerklicher Weise ver-

*) Oder vielleicht auch dem Sauerstoff? Die Linie kommt im Spectrum der atmosphärischen Luft vor, und fehlte bei H. C. Vogel's Beobachtungen im Spectrum des reinen Sauerstoffs.

ändert haben, seit man sie kennt und beobachtet, so müssen sie entweder sehr wenig Masse haben, oder colossal gross und entfernt sein. Die erstere Alternative erscheint nicht sehr wahrscheinlich, weil kleine Massen auch ihre Wärme sehr bald ausgeben würden, und es bleibt also nur die zweite Annahme stehen, dass sie ungeheure Dimensionen und Entfernungen haben. Denselben Schluss hatte übrigens schon W. Herschel unter der Voraussetzung, dass die Nebelflecken Sternhaufen seien, gezogen.

An diejenigen Nebelflecke, welche ausser den Gaslinien auch noch das continuirliche Spectrum glühender dichterer Körper zeigen, schliessen sich theils unaufgelöste, theils in Sternhaufen auflösbare Flecke an, welche nur noch das Licht der letzteren Art zeigen.

Zu diesem Anfangsstadium der sich bildenden Welten gesellen sich die unzähligen leuchtenden Sterne des Himmelsgewölbes, deren Anzahl sich in jedem neuen vollkommenen Teleskope immer noch vermehrt. Sie sind ähnlich unserer Sonne an Grösse, an Leuchtkraft und im Ganzen auch in der chemischen Beschaffenheit ihrer Oberfläche, wenn auch in dem Gehalt an einzelnen Elementen Unterschiede bestehen.

Aber wir finden im Weltenraume auch ein drittes Stadium, das der erloschenen Sonnen; auch dafür sind die thatsächlichen Belege da. Erstens sind im Laufe der Geschichte ziemlich häufige Beispiele von auftauchenden neuen Sternen vorgekommen. 1572 beobachtete Tycho de Brahe einen solchen, der allmälig erblassend zwei Jahre lang sichtbar blieb, fest stand, wie ein Fixstern, und endlich in das Dunkel zurückkehrte, aus dem er so plötzlich aufgetaucht war. Der grösste unter allen scheint der im Jahre 1604 von Kepler beobachtete gewesen zu sein, der heller als ein Stern erster Grösse war, und vom 27. September 1604 bis März 1606 beobachtet wurde. Vielleicht war der Grund ihres Aufleuchtens ein Zusammenstoss mit einem kleineren Weltkörper. In einem neueren Falle, wo am 12. Mai 1866 ein kleiner Stern zehnter Grösse in der Corona schnell zu einem zweiter Grösse aufleuchtete, war es, wie die Spectralanalyse lehrte, ein Ausbruch glühenden Wasserstoffgases gewesen, welcher das Licht erzeugte. Dieser leuchtete nur 12 Tage.

In anderen Fällen haben sich die dunkeln Weltkörper verrathen durch ihre Anziehungskraft auf benachbarte helle Sterne, und die dadurch bedingten Bewegungen der letzteren. Solchen Einfluss beobachtete man am Sirius und Procyon. Im Falle des

Sirius ist wirklich 1862 mit einem neuen Refractor im amerikanischen Cambridge von den Herren Alvan Clarke und Pond ein kaum sichtbarer Stern gefunden worden, welcher zwar sehr geringe Leuchtkraft hat, aber beinahe sieben Mal schwerer ist als unsere Sonne, etwa halb so grosse Masse hat als Sirius, und dessen Entfernung vom Sirius etwa der des Neptun von der Sonne gleichkommt. Der Begleiter des Procyon dagegen ist noch nicht mit Augen gesehen worden, er scheint ganz dunkel zu sein.

Auch erloschene Sonnen! Die Thatsache, dass solche existiren, giebt den Gründen neues Gewicht, welche uns schliessen liessen, dass auch unsere Sonne ein Körper ist, der den einwohnenden Wärmevorrath langsam ausgiebt und also einst erlöschen wird.

Die Frist, die ich vorher angegeben habe, von 17 Millionen Jahren wird vielleicht noch beträchtlich verlängert werden können durch allmäligen Nachlass der Strahlung, durch neuen Zuschuss von hineinstürzenden Meteoren, durch noch weitere Verdichtung, als ich sie bei jener Berechnung angenommen habe. Aber wir kennen bisher keinen Naturprocess, der unserer Sonne das Schicksal ersparen könnte, welches andere Sonnen offenbar schon getroffen hat. Es ist dies ein Gedanke, dem wir uns nur mit Widerstreben hingeben; er erscheint uns wie eine Verletzung der wohlthätigen Schöpferkraft, die wir sonst in allen, namentlich die lebenden Wesen betreffenden Verhältnissen wirksam finden. Aber wir müssen uns eben in den Gedanken finden lernen, dass wir, die wir uns gern als den Mittelpunkt und Endzweck der Schöpfung betrachten möchten, Stäubchen sind auf der Erde, die selbst ein Stäubchen ist im ungeheuren Weltraume, und dass die bisherige Dauer unseres Geschlechtes, wenn wir sie auch über die geschriebene Geschichte weit hinaus zurück verfolgen bis in die Zeiten der Pfahlbauten oder der Mammuths, doch nur ein Augenblick ist verglichen mit den Urzeiten unseres Planeten, wo lebende Wesen auf ihm gehaust haben, deren Reste uns noch aus ihren alten Gräbern fremdartig und unheimlich anschauen. Aber noch viel mehr verschwindet die Dauer der Menschengeschichte im Verhältniss zu den ungeheuren Zeiträumen, während welcher Welten sich gebildet haben und auch wohl noch fortfahren werden sich zu bilden, wenn unsere Sonne erloschen ist und unsere Erde, sei es in Kälte erstarrt oder mit dem glühenden Centralkörper unseres Systemes vereinigt ist.

Aber wer weiss zu sagen, ob die ersten lebenden Bewohner des warmen Meeres auf der jugendlichen Erde, die wir vielleicht

als unsere Stammeltern verehren müssen, den jetzigen kühleren Zustand nicht mit ebenso viel Grauen betrachten würden, wie wir eine Welt ohne Sonne? Wer weiss zu sagen, zu welcher Stufe der Vollendung bei dem wunderbaren Anpassungsvermögen an die Bedingungen des Lebens, welches allen Organismen zukommt, unsere Nachkommen nach 17 Millionen Jahren sich ausgebildet haben werden; ob unsere Knochenreste ihnen nicht vielleicht ebenso ungeheuerlich vorkommen möchten, wie die der Ichthyosauren uns jetzt, und ob sie, eingerichtet für ein feineres Gleichgewicht, nicht die Temperaturextreme, zwischen denen wir uns bewegen, für ebenso gewaltsam und zerstörend halten werden, wie uns die der ältesten geologischen Perioden erscheinen würden. Ja, wenn Erde und Sonne regungslos erstarren sollten, wer weiss zu sagen, welche neue Welten bereit sein werden, Leben aufzunehmen. Die Meteorsteine enthalten zuweilen Kohlenwasserstoffverbindungen; das eigene Licht der Kometenköpfe zeigt ein Spectrum, welches dem des elektrischen Glimmlichtes in kohlenwasserstoffhaltigen Gasen am ähnlichsten ist. Kohlenstoff aber ist das für die organischen Verbindungen, aus denen die lebenden Körper aufgebaut sind, charakteristische Element. Wer weiss zu sagen, ob diese Körper, die überall den Weltraum durchschwärmen, nicht auch Keime des Lebens ausstreuen, so oft irgendwo ein neuer Weltkörper fähig geworden ist organischen Geschöpfen eine Wohnstätte zu gewähren. Und dieses Leben würden wir sogar vielleicht dem unserigen im Keime verwandt halten dürfen, in so abweichenden Formen es sich auch den Zuständen seiner neuen Wohnstätte anpassen möchte.

Aber wie es damit auch sein möge, was unser sittliches Gefühl bei dem Gedanken eines einstigen, wenn noch so fernen Unterganges der lebenden Schöpfung auf dieser Erde aufregt, ist vorzugsweise die Frage, ob all dies Leben nur ein zielloses Spiel sei, was endlich wieder der Zerstörung durch rohe Gewalt anheimfallen werde. Wir beginnen einzusehen unter dem Lichte von Darwin's grossen Gedanken, dass nicht bloss Lust und Freude, sondern auch Schmerz, Kampf und Tod die mächtigen Mittel sind, durch welche die Natur ihre feineren und vollendeteren Lebensformen herausbildet. Und wir Menschen insbesondere wissen, dass wir in unserer Intelligenz, staatlichen Ordnung, Gesittung von dem Erbtheil zehren, welches unsere Vorfahren durch Arbeit, Kampf und Opfermuth uns erworben haben, und dass, was wir in gleichem Sinne erringen, das Leben unserer Nachkommen veredeln wird. So kann der Einzelne, der für die idealen Zwecke der Menschheit,

wenn auch an bescheidener Stelle und in engem Wirkungskreise arbeitet, den Gedanken, dass der Faden seines eigenen Bewusstseins einst abreissen wird, ohne Furcht ertragen. Aber mit dem Gedanken an eine endliche Vernichtung des Geschlechts der Lebenden und damit aller Früchte des Strebens aller vergangenen Generationen konnten auch Männer von so freier und grosser Gesinnung, wie Lessing und David Strauss, sich nicht versöhnen.

Bisher kennen wir noch keine durch wissenschaftliche Beobachtung feststellbare Thatsache, welche uns anzeigte, dass die feine und verwickelte Bewegungsform des Lebens anders als an dem schweren Stoffe des organischen Körpers bestehen, dass sie sich in ähnlicher Weise verpflanzen könnte, wie die Schallbewegung einer Saite ihre ursprüngliche enge und feste Wohnung verlassen und sich im Luftmeere ausbreiten kann, und dabei doch ihre Tonhöhe und die feinsten Eigenthümlichkeiten ihrer Klangfarbe bewahrt, und gelegentlich auch, wo sie eine andere gleichgestimmte Saite trifft, in diese wieder einzieht, oder eine zum Singen bereite Flamme zu gleichgestimmter Tönung erregt. Auch die Flamme, dieses ähnlichste Abbild des Lebens unter den Vorgängen der leblosen Natur, kann erlöschen, aber die von ihr erzeugte Wärme besteht weiter, unzerstörbar und unvergänglich, als unsichtbare Bewegung, bald die Molekeln wägbaren Stoffes erschütternd, bald als Aetherschwingung hinausstrahlend in die unbegrenzten Tiefen des Raumes. Und auch dann noch bewahrt sie die charakteristischen Eigenthümlichkeiten ihres Ursprungs, und dem Beobachter, der sie durch das Spectroskop befragt, erzählt sie ihre Geschichte. Neu vereinigt aber können ihre Strahlen eine neue Flamme entzünden, und so gleichsam neues körperliches Leben gewinnen.

Wie die Flamme dem Anscheine nach dieselbe bleibt, und in derselben Gestalt und Beschaffenheit weiter besteht, trotzdem sie in jedem Augenblick neu hinzutretende verbrennliche Dämpfe und neuen Sauerstoff der Atmosphäre in den Strudel ihres aufsteigenden Luftstromes hineinzieht, und wie die Welle forteilt in unveränderter Form und doch in jedem Augenblick sich aus neuen Wassertheilchen aufbaut, so ist auch in den lebenden Wesen nicht die bestimmte Masse des Stoffes, die jetzt den Körper zusammensetzt, dasjenige, an dem das Fortbestehen der Individualität haftet. Denn das Material des Körpers ist wie das der Flamme fortdauerndem und verhältnissmässig schnellem Wechsel unterworfen, desto schnellerem, je lebhafter die Lebensthätigkeit der betreffenden

Organe ist. Einige Bestandtheile des Körpers sind nach Tagen, andere nach Monaten, andere nach Jahren erneuert. Was als das besondere Individuum fortbesteht, ist wie bei der Flamme und bei der Welle nur die Bewegungsform, welche unablässig neuen Stoff in ihren Wirbel hineinzieht und den alten wieder ausstösst. Der Beobachter mit taubem Ohre kennt die Schallschwingung nur, so lange sie sichtbar und fühlbar an schwererem Stoff haftet. Sind unsere Sinne dem Leben gegenüber hierin dem tauben Ohre ähnlich?

Zusatz.

Die auf Seite 135 ausgesprochenen Sätze hatten Gelegenheit zu einer Polemik Herrn J. C. F. Zoellner's in dessen Buche „Ueber die Natur der Kometen" gegen Sir William Thomson gegeben, über welche ich in der Vorrede zum zweiten Theil der deutschen Uebersetzung des „Handbuches der theoretischen Physik von W. Thomson und P. G. Tait" Veranlassung hatte, mich kurz auszusprechen. Ich lasse die betreffende Stelle hier folgen:

„Einen weiteren Einwand will ich noch erwähnen. — Es betrifft die Frage über die Möglichkeit, dass organische Keime in den Meteorsteinen vorkommen und den kühl gewordenen Weltkörpern zugeführt werden. Herr W. Thomson hatte diese Ansicht in seiner Eröffnungsrede der britischen Naturforscherversammlung zu Edinburg im Herbst 1871 als „nicht unwissenschaftlich" bezeichnet. Auch hier muss ich mich, wenn darin ein Irrthum liegt, als Mitirrender melden. Ich hatte dieselbe Ansicht als eine mögliche Erklärungsweise der Uebertragung von Organismen durch die Welträume sogar noch etwas früher als Herr W. Thomson in einem im Frühling desselben Jahres zu Heidelberg und Cöln gehaltenen, aber noch nicht veröffentlichten Vortrage erwähnt. Ich kann nicht dagegen rechten, wenn Jemand diese Hypothese für unwahrscheinlich im höchsten oder allerhöchsten Grade halten will. Aber es erscheint mir ein vollkommen richtiges wissenschaftliches Verfahren zu sein, wenn alle unsere Bemühungen scheitern Organismen aus lebloser Substanz sich erzeugen zu lassen, dass wir fragen, ob überhaupt das Leben je entstanden, ob es nicht eben so alt wie die Materie sei, und ob nicht seine Keime von einem Welt-

körper zum anderen herübergetragen sich überall entwickelt hätten, wo sie günstigen Boden gefunden."

„Herrn Zoellner's angebliche physikalische Gegengründe sind von sehr geringem Gewicht. Er erinnert an die Erhitzung der Meteorsteine und fügt hinzu (S. XXVI): „Wenn daher jener mit „Organismen bedeckte Meteorstein auch beim Zertrümmern seines „Mutterkörpers mit heiler Haut davon gekommen wäre und nicht „an der allgemeinen Temperaturerhöhung Theil genommen hätte, „so musste er doch nothwendig erst die Erdatmosphäre passirt „haben, ehe er sich seiner Organismen zur Bevölkerung der Erde „entledigen konnte.""

„Nun wissen wir erstens aus häufig wiederholten Beobachtungen, dass die grösseren Meteorsteine bei ihrem Fall durch die Atmosphäre sich nur in ihrer äussersten Schicht erhitzen, im Inneren aber kalt oder sogar sehr kalt bleiben. Alle Keime also, die etwa in Spalten derselben steckten, wären vor Verbrennung in der Erdatmosphäre geschützt. Aber auch die oberflächlich gelagerten würden doch wohl, wenn sie in die allerhöchsten und dünnsten Schichten der Erdatmosphäre gerathen, längst durch den gewaltigen Luftzug herabgeblasen sein, ehe der Stein in dichtere Theile der Gasmasse gelangt, wo die Compression gross genug wird, um merkliche Wärme zu erzeugen. Und was andererseits den Zusammenstoss zweier Weltkörper betrifft, wie ihn Thomson annimmt, so werden die ersten Folgen davon gewaltige mechanische Bewegungen sein, und erst in dem Maasse, als diese durch Reibung vernichtet werden, entsteht Wärme. Wir wissen nicht, ob das Stunden, oder Tage, oder Wochen dauern würde. Die Bruchstücke, welche im ersten Moment mit planetarischer Geschwindigkeit fortgeschleudert sind, können also ohne alle Wärmeentwicklung davon kommen. Ich halte es nicht einmal für unmöglich, dass ein durch hohe Schichten der Atmosphäre eines Weltkörpers fliegender Stein oder Steinschwarm einen Ballen Luft mit sich hinausschleudert und fortnimmt, der unverbrannte Keime enthält."

„Wie gesagt, möchte ich alle diese Möglichkeiten noch nicht für Wahrscheinlichkeiten ausgeben. Es sind nur Fragen, deren Existenz und Tragweite wir im Auge behalten müssen, damit sie vorkommenden Falls durch wirkliche Beobachtungen oder Schlussfolgerungen aus solchen gelöst werden können."

